1 التركيز

الهدف إنشاء منصفات عمودية ومنصفات زوايا في المثلثات.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- فرجار
- مسطرة تقويم

نصيحة للتدريس

يعرض النشاط إنشاءين مختلفين على مثلث مختلف الأضلاع حاد الزاوية. يستطيع الطلاب استخدام ورق صغير الحجم لرسم وتتبع مثلثين مختلفي الأضلاع حادي الزاوية بنفس أطوال الأضلاع وقياسات الزاوية والاتجاه في ثلاثة أماكن مختلفة على ورقة واحدة. عندما ينتهي الطلاب مع الإنشاءين، يستطيعون رؤية الاختلافات بين المنصفات العمودية ومنصفات الزوايا في المثلث نفسه.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات من 3 مختلفي القدرات. يستكمل كل طالب إحدى هذه الخطوات في نشاطات الإنشاء. حدد أدوارًا لخطوتي الإنشاء 1 و 2.

أثناء قيام الطلاب برسم المثلثين المتطابقين لإثبات التنصيف العمودي في النشاط رقم 1، أخبرهم أن بإمكانهم استخدام النقطة P أو النقطة Q لأن كلتا مجموعتي الأقواس تم رسمها بنفس فتحة الفرجار.

تمرين اجعل الطلاب يستكملوا التمرين 1 أثناء إجراء النشاطات.

مختبر الهندسة 12-9A
إنشاء المنصفات

يمكن استخدام طي الأوراق لإنشاء قطع مستقيمة خاصة في المثلثات.

مثل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات ملائمة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

الإنشاء منصف عمودي

أنشئ منصفًا عموديًا على أحد أضلاع المثلث.

الخطوة 1

ارسم $\triangle MPQ$، وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2

اطو المثلث إلى نصفين على طول $\overline{MQ}$ بحيث تلامس الرأس M الرأس Q.

الخطوة 3

استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{AB}$ بطول الطي. $\overline{AB}$ هو المنصف المتعامد لـ $\overline{MQ}$.

منصف زاوية المثلث هو مستقيم يمر برأس المثلث ويقسمها إلى زاويتين متساويتين.

الإنشاء منصف الزاوية

أنشئ منصف زاوية لمثلث.

الخطوة 1

ارسم $\triangle ABC$، وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2

اطو المثلث إلى نصفين من الرأس A بحيث يكون الضلعان $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ محاذيين لبعضهما.

الخطوة 3

حدد النقطة L في الثنية على طول الحافة $\overline{BC}$. استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{AL}$ بطول الطي. $\overline{AL}$ هو منصف الزاوية للمثلث $\triangle ABC$.

التمثيل والتحليل

1. أنشئ المنصف العمودي لضلعي $\triangle MPQ$ الآخرين ومنصف الزاوية للزاويتين الأخريين للمثلث. ما الذي تلاحظه بشأن التقاطعات؟ **راجع عمل الطلاب. يتقاطعون عند نفس النقطة.**

كرر هذا التمرين مع نوعي المثلثين الآخرين. **4–2. راجع عمل الطلاب.**

2. حاد
3. منفرج
4. قائم

---

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 4-2 لتقويم ما إذا كان الطلاب يدركون مفهوم المنصفات العمودية ومنصفات الزوايا وإنشاءها.

من العملي إلى النظري

امنح الطلاب الأنواع الثلاثة من المثلثات المذكورة في التمارين 4-2. أبلغهم بأنك تريدهم أن يجعلوا كل مثلث يتوازن على قلم. اجعلهم ينتقوا أسلوب إنشاء ويشرحوه.

1 التركيز

الهدف إنشاء وسيطات وارتفاعات المثلثات.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- فرجار
- مسطرة تقويم

نصيحة للتدريس

يعرض النشاط إنشاءين مختلفين على مثلث مختلف الأضلاع حاد الزاوية.

يستطيع الطلاب استخدام ورق صغير الحجم لرسم وتتبع مثلثين مختلفي الأضلاع حادي الزاوية بنفس أطوال الأضلاع وقياسات الزاوية والاتجاه في ثلاثة أماكن مختلفة على ورقة واحدة. عندما ينتهي الطلاب مع الإنشاءين، يستطيعون رؤية الاختلافات بين الوسيطات والارتفاعات في المثلث نفسه.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات من ثلاثة مختلفي القدرات. ينتقي كل طالب إحدى هذه الخطوات في نشاطات الإنشاء. حدد أدوارًا لخطوتي الإنشاء 1 و 2.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرينين 1 و 2.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 1 و 2 لتقويم ما إذا كان الطلاب يستوعبون إنشاء الوسيطات والارتفاعات.

الاستكشاف

12-9B مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات

وسيط المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة طرفها رأس المثلث والطرف الآخر هو منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس. يمكنك إنشاء وسيط من خلال تحديد نقطة منتصف على قطعة مستقيمة.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق: فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك.

اربط طرف خيط حول قلم رصاص، واستخدم دبوسًا لتثبيت الخيط بالرأس.

الإنشاء 1 وسيط المثلث

الخطوة 1

ضع الدبوس على الرأس D ثم على الرأس E لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل $\overline{DE}$. سمّ نقاط التقاطع R و S.

الخطوة 2

استخدم مسطرة تقويم لإيجاد النقطة حيث $\overline{RS}$ يتقاطع مع $\overline{DE}$. سمّ النقطة M. وهي نقطة منتصف $\overline{DE}$.

الخطوة 3

ارسم مستقيمًا يمر خلال F و M. $\overline{FM}$ هو وسيط $\triangle DEF$.

ارتفاع المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة من رأس مثلث إلى الضلع المقابل ويكون عموديًا على الضلع المقابل.

الإنشاء 2 ارتفاع المثلث

الخطوة 1

ضع الدبوس على الرأس B لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل $\overline{AC}$. اكتب على نقطتي تقاطع القوسين مع الضلعين X و Y.

الخطوة 2

عدّل طول الخيط بحيث يكون أكبر من $\frac{1}{2}XY$. ثبت المسمار على X وارسم قوسًا فوق $\overline{AC}$. استخدم نفس طول الخيط لرسم قوس من Y. سمّ نقطة تقاطع الأقواس H.

الخطوة 3

استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{BH}$. سمّ النقطة حيث تتقاطع $\overline{BH}$ مع $\overline{AC}$ النقطة D. $\overline{BD}$ هو ارتفاع $\triangle ABC$ ومتعامد على $\overline{AC}$.

التمثيل والتحليل 1-2. انظر الهامش.

1. أنشئ وسيطين لضلعين آخرين في $\triangle DEF$. ما الذي تلاحظه بشأن وسيطات المثلث؟
2. أنشئ ارتفاعين للضلعين الآخرين في $\triangle ABC$. ما الذي تلاحظه؟

من العملي إلى النظري

اجعل الطلاب يقارنوا تقاطعات الوسيطات والارتفاعات التي أنشؤوها بمركز الدائرة الداخلية ومركز الدائرة الخارجية للمثلث.

إجابات إضافية

1. يتقاطعون عند النقطة نفسها.
2. يتقاطعون عند النقطة نفسها.

الاستكشاف 12-9C مختبر تقنية التمثيل البياني
متباينة المثلث

يمكنك استخدام تطبيق .Cabri™ Jr على حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus لاكتشاف خواص المثلثات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات ملائمة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

النشاط 1

قم بعمل مثلث. لاحظ العلاقة بين مجموع طولي ضلعين وطول الضلع الآخر.

الخطوة 1 قم بعمل مثلث باستخدام أداة المثلث في القائمة **F2**.
ثم استخدم أداة **Alph-Num** في القائمة **F5** لتسمية الرؤوس بالرموز A، وB، وC.

الخطوة 1

الخطوة 2 أدخل إلى أداة **المسافة والطول** التي تظهر باسم **D. & Length** تحت **Measure** في القائمة **F5**. استخدم الأداة لقياس كل ضلع في المثلث.

الخطوة 3 اعرض $AB + BC$، و$AB + CA$، و$BC + CA$ باستخدام أداة **Calculate** في القائمة **F5**. اكتب القياسات.

الخطوة 4 انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث.

الخطوتان 2 و 3

تحليل النتائج

1. استبدل كل ● بالرموز >، أو <، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$AB + BC$ ● CA **$AB + BC > CA$**　　$AB + CA$ ● BC **$AB + CA > BC$**　　$BC + CA$ ● AB **$BC + CA > AB$**

2. انقر فوق الرؤوس واسحبها لتغيير شكل المثلث. ثم راجع إجاباتك على التمرين 1. ما الذي تلاحظه؟ **ما زالت كل المتباينات كما هي.**
3. انقر فوق النقطة A واسحبها بحيث تقع فوق المستقيم BC. ما الذي تلاحظه في AB، وBC، وCA؟ هل A، وB، وC رؤوس مثلث؟ اشرح.
$AB + BC = CA$؛ لا، النقاط ليست رؤوس للمثلث لأنها على مستقيم واحد.
4. **التخمين** حول مجموع أطوال ضلعين من مثلث وطول الضلع الثالث.
مجموع طولي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.
5. هل المقاييس والملاحظات التي دونتها في النشاط والتمارين 3-1 تمثل برهانًا للتخمين الذي قمت به في التمرين 4؟ اشرح. **انظر الهامش.**
6. استبدل كل ● بالرموز <، أو >، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$|AB - BC|$ ● CA　　$|AB - CA|$ ● BC　　$|BC - CA|$ ● AB

ثم انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث وراجع إجاباتك.
ما الذي تلاحظه؟ **$|AB - BC| < CA$; $|AB - CA| < BC$; $|BC - CA| < AB$**
تظل جميع المتباينات كما هي.
7. كيف تمكنت من استخدام ملاحظاتك لتحديد الأطوال المحتملة للضلع الثالث بالمثلث من خلال معرفة طولي الضلعين الآخرين؟ **انظر الهامش**

782 | الاستكشاف 12-9C | مختبر تقنية التمثيل البياني: متباينة المثلث

1 التركيز

الهدف استخدام التقنية لاستكشاف متباينات المثلث.

المواد

- حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus

2 التدريس

العمل بصورةٍ مستقلة

يستطيع الطلاب العمل بمفردهم أو في مجموعات ثنائية من الطلاب مختلفي القدرات. اطلب من الطلاب أن ينفذوا النشاط أثناء الإجابة على التمارين من 1 إلى 6.

اسأل الطلاب عن الرابط بين تخمينهم في التمرين 4 وما لاحظوه. اجعل الطلاب يحددوا كيفية النقر على الرأس A وسحبه بحيث يقع على أقصر مسافة من الرأس B.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرين 7 بمفردهم.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون العلاقات بين أطوال أضلاع المثلثات.

من العملي إلى النظري

اجعل الطلاب يرسموا مثلثًا على ورقة رسوم بيانية. اطلب منهم أن يتبادلوا مثلثاتهم مع زملائهم. اجعل الطلاب يتوصلوا إلى أطوال الأضلاع ويكتبوا المتباينات للتعبير عن العلاقات بين الأطوال.

إجابات إضافية

5. لا ؛ تم التوصل إلى التخمين في التمرين 4 باستخدام الاستدلال الاستقرائي، وهو ليس طريقة صالحة لإثبات التخمين.

7. سيقل طول الضلع الثالث عن مجموع طولي الضلعين الآخرين ويزيد على القيمة المطلقة للفارق بين طولي الضلعين الآخرين.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 9-12 كتابة البراهين الإحداثية.

الدرس 9-12 حساب محيط ومساحة متوازيات الأضلاع والمثلثات.

الدرس 9-12 التعرف على خواص متوازيات الأضلاع وتطبيقها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما الأشكال التي يمكن عملها من هذا اللغز؟ الإجابة النموذجية: أرنب، قطة وبطة.
- وضح السبب وراء تطابق مساحات الشكل الثاني والشكل الرابع. لأن مساحة القطع التي تشكّل كلًا منهما متشابهة.
- ما الطريقة السهلة التي يمكن من خلالها حساب مساحة أحد تلك الأشكال؟ الإجابة النموذجية: من خلال حساب مساحة المربع.

الدرس 12-9 مساحات متوازيات الأضلاع والمثلثات

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد أوجدت مساحات المستطيلات والمربعات.	1 إيجاد محيطات ومساحات متوازيات الأضلاع. 2 إيجاد محيطات ومساحات المثلثات.	• لغز تانجرام هو لغز صيني قديم يمكن إعادة ترتيبه لتكوين صور مختلفة مثل الحيوانات الموضحة. تبقى مساحة اللغز ثابتة قبل الترتيب وبعده. وهي مجموع مساحات القطع.

المفردات الجديدة
قاعدة متوازي الأضلاع
base of a parallelogram
ارتفاع متوازي الأضلاع
height of a parallelogram
قاعدة المثلث
base of a triangle
ارتفاع المثلث
height of a triangle

استخدام الإحداثيات لحساب محيطات المضلعات ومساحات المثلثات والمستطيلات مثل استخدام قانون المسافة.
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 مساحات متوازيات الأضلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وأي ضلع في متوازي الأضلاع يمكن تسميته **قاعدة متوازي الأضلاع**. **ارتفاع متوازي الأضلاع** هو المسافة العمودية بين أي قاعدتين متوازيتين.

يمكنك استخدام المسلّمة التالية لوضع صيغة لمساحة متوازي الأضلاع.

المسلّمة 12.4 مسلّمة جمع المساحات

مساحة منطقة هي مجموع مساحات الأجزاء غير المتداخلة بها.

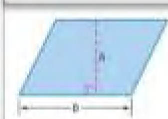
في الشكل أدناه، تم قص مثلث قائم الزاوية من أحد أضلاع متوازي أضلاع وإزاحته إلى الضلع الآخر كما هو موضح لتكوين مستطيل بنفس القاعدة والارتفاع.

تذكر من الدرس 6-10 أن مساحة المستطيل هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع. وحسب مسلّمة جمع المساحات، متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h له نفس مساحة مستطيل قاعدته b وارتفاعه h.

المفهوم الأساسي مساحة متوازي الأضلاع

الشرح المساحة A لمتوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر لها h.

الرموز $A = bh$



1 مساحات متوازيات الأضلاع

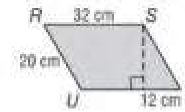
يوضح **المثالان 1 و 2** كيفية حساب مساحة متوازي الأضلاع.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

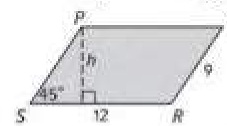
أمثلة إضافية

1 أوجد محيط ومساحة $\square RSTU$.



المحيط = 104 cm.
المساحة = $512\ cm^2$

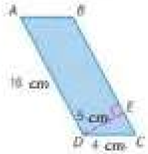
2 احسب مساحة $\square PQRS$.



$76.3\ cm^2$

مثال 1 محيط ومساحة متوازي الأضلاع

أوجد محيط ومساحة $\square ABCD$.



المحيط

بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة في متوازي الأضلاع، فإن $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذن $AB = 4$ سم و $BC = 10$ سم.

محيط $\square ABCD = AB + BC + DC + AD$
$4 + 10 + 4 + 10 = 28$ cm

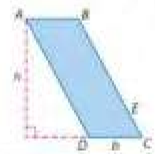
المساحة

الارتفاع المذكور، DE، هو 5 سم. $\overline{BC}$ هي القاعدة وتبلغ 10 سم.

$A = bh$ مساحة متوازي الأضلاع
$= (10)(5) = 50\ cm^2$ $b = 10$ و $h = 5$

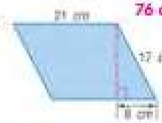
تصيحة دراسية

ارتفاعات الأشكال يمكن حساب ارتفاع شكل من طريق مد القاعدة. في المثال 1، يمكن قياس ارتفاع $\square ABCD$ المناظر للقاعدة $\overline{DC}$ من خلال مد $\overline{DC}$.

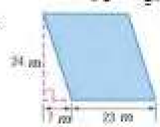


تمرين موجّه

أوجد محيط كل متوازي أضلاع ومساحته.

1A. 

$76\ cm, 315\ cm^2$

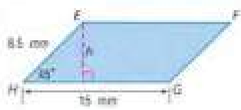
1B. 

$96\ m, 552\ m^2$

يمكنك استخدام حساب المثلثات لحساب مساحة متوازي الأضلاع.

مثال 2 مساحة متوازي الأضلاع

أوجد مساحة $\square EFGH$.



الخطوة 1 استخدم المثلث الذي تبلغ قياسات زواياه $45°-45°-90°$ لإيجاد الارتفاع h لمتوازي الأضلاع.

تذكر أنه إذا كان قياس الساق المقابلة للزاوية $45°$ هو h، فإن قياس الوتر هو $h\sqrt{2}$.

$h\sqrt{2} = 8.5$ استبدل 8.5 بقياس الوتر.
$h = \frac{8.5}{\sqrt{2}} = 6$ mm تقريبًا اقسم كلا طرفي على $\sqrt{2}$.

الخطوة 2 أوجد المساحة.

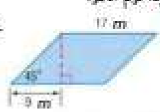
$A = bh$ مساحة متوازي الأضلاع
$\approx (15)(6) = 90\ mm^2$ $b = 15$ و $h \approx 6$

انتبه!

الدقة تذكر أنه يتم قياس المحيط باستخدام الوحدات الخطية مثل البوصة والسنتيمتر. ولكن يتم قياس المساحة باستخدام الوحدات المربعة مثل القدم المربع والسنتيمتر المربع.

تمرين موجّه

أوجد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

2A. 

$153\ m^2$

2B. 

$665.1\ m^2$

انتبه!

تعريف الارتفاع ارتفاع متوازي الأضلاع هو المسافة المتعامدة بين ضلعين متوازيين. وبما أن لمتوازي الأضلاع زوجين من الأضلاع المتوازية، فإن به ارتفاعين. وحسب اتجاه متوازي الأضلاع، لا يجب أن يكون الارتفاع عبارة عن مسافة رأسية.

مراجعة المفردات

ارتفاع المثلث قطعة مستقيمة ممتدة من أحد الرؤوس إلى المستقيم المحتوي على الضلع المقابل، كما أنها عمودية على المستقيم المحتوي على هذا الضلع

2 مساحات المثلثات

كما هو الحال مع قاعدة متوازي الأضلاع، **قاعدة المثلث** يمكن أن تكون أي ضلع. **ارتفاع المثلث** هو طول ارتفاع مرسوم من قاعدة معينة.

يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة المثلث.

المسلّمة 12.5 مسلّمة تطابق المساحات

إذا كان شكلا ن متطابقين، فسيكون لهما المساحة ذاتها.

في الشكل أدناه، تم قص متوازي أضلاع إلى نصفين بطول القطر لتكوين مثلثين متطابقين بنفس القاعدة والارتفاع.

حسب مسلّمة تطابق المساحات، المثلثان المتطابقان لهما نفس المساحة. إذا مثلث قاعدته b وارتفاعه h تبلغ مساحته نصف مساحة متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h.

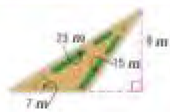
المفهوم الأساسي مساحة المثلث

الشرح المساحة A للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر h.

الرموز $A = \frac{1}{2} bh$ أو $A = \frac{bh}{2}$

مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث

الحديقة أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثة الموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيسًا واحدًا من النشارة يغطي 12 مترًا مربعًا وكل حجر من أحجار الممشى يغطي 10 سنتيمترات من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراؤها؟



الخطوة 1 أوجد محيط الحديقة.

محيط الحديقة $23 + 15 + 7 = 45$ m

الخطوة 2 أوجد مساحة الحديقة.

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5$ m^2 $\quad b = 7$ ، $h = 9$

الخطوة 3 استخدم تحليل الوحدات لتحديد المطلوب من كل عنصر.

أكياس النشارة

$31.5 \text{ m}^2 \cdot \frac{1 \text{ bag}}{12 \text{ m}^2} =$ 2.625 من الأكياس

أحجار الممشى

$45 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{10 \text{ cm}} =$ 450 حجرًا

قرّب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من النشارة و 135 من أحجار الممشى.

الربط بالحياة اليومية

يمكن للمناطق المثلثة أن تشكل بؤرة في المناظر الطبيعية أو تنتج ببساطة من تقاطع الممرات.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

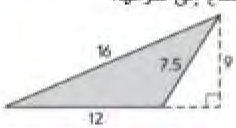
اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض متوازي أضلاع على اللوحة وارسم قطرًا من أقطاره. تتبع متوازي الأضلاع لترسم مثلثين. اسحبهما بعيدًا وأرجعهما معًا لتوضح للطلاب أن مساحة متوازي الأضلاع عبارة عن مجموع مساحتي هذين المثلثين.

مساحات المثلثات

يوضح **المثالان 3 و 4** كيفية استخدام مساحات المثلثات في حساب القيم المجهولة.

مثال إضافي

3 صندوق الرمال ستحتاج إلى شراء ما يكفي من اللوحات لتصنع إطارًا لصندوق الرمال المثلث الموضح وما يكفي من الرمال لملئه. إذا كانت اللوحة الواحدة طولها 3 أمتار وحقيبة الرمال الواحدة تملأ 9 أمتار مربعة من صندوق الرمال، فكم عدد اللوحات والحقائب التي سوف تحتاج إلى شرائها؟



12 لوحة و 6 حقائب

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي تستطيع أن تجعل الطلاب يكوّنوا أشكالاً عدة على ورق التمثيل البياني ليتحققوا من معادلا ت حساب المساحات لمتوازيات الأضلا ع والمثلثات.

التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اجعل الطلاب يقطعوا اثنين من متوازيات الأضلاع بحجمين مختلفين. أولاً، اجعلهم يقطعوا مثلث قائم الزاوية من نهاية واحد من متوازيي الأضلاع ويعيدوا ترتيب القطع ليشكلوا مستطيلاً. بعدها، اطلب منهم حساب مساحة المستطيل. ثم اجعلهم يقطعوا متوازي الأضلاع الثاني نصفين بشكل قطري ويحددوا مساحة المثلثات الناتجة.

تمرين موجّه

أوجد محيط كل مثلث ومساحته.

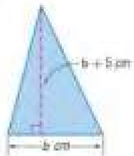
3A. 100.4 cm, 285 cm^2

3B. 71.7 cm, 167.2 cm^2

يمكنك استخدام الجبر للحل لإيجاد القياسات غير المعلومة في متوازيات الأضلاع والمثلثات.

مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

الجبر ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار 5 سم، ومساحة المثلث 52 سم مربع. أوجد القاعدة والارتفاع.



الخطوة 1 اكتب تعابير لتمثيل كل قياس.

افترض أن b تمثل قاعدة المثلث. إذًا، الارتفاع يساوي $b + 5$.

الخطوة 2 استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد b.

$A = \frac{1}{2}bh$	مساحة المثلث
$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$	استبدل A بـ 25 و h بـ b + 5.
$104 = b(b + 5)$	اضرب كل طرف في 2.
$104 = b^2 + 5b$	خاصية التوزيع
$0 = b^2 + 5b - 104$	اطرح 104 من كل طرف.
$0 = (b + 13)(b - 8)$	حلل إلى العوامل.
$b + 13 = 0$ أو $b - 8 = 0$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$b = -13$ $b = 8$	حل لإيجاد b.

نصيحة دراسية

خاصية ناتج الضرب الصفري إذا كان ناتج ضرب عاملين يساوي 0، فأحدهما على الأقل يجب أن يساوي 0.

الخطوة 3 استخدم التعابير من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

بما أن الطول لا يمكن أن يكون بالسالب، إذًا قياس القاعدة 8 سم وقياس الارتفاع 5 + 8 أو 13 سم.

تمرين موجّه

الجبر أوجد قيمة x.

4A. $A = 148$ m^2 18.5 m

4B. $A = 357$ cm^2 21 cm

4C. الجبر قاعدة متوازي أضلاع ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 72 سم مربع، فأوجد القاعدة والارتفاع. $b = 12$ m, $h = 6$ m

مثال إضافي

4 الجبر ارتفاع المثلث يزيد بمقدار 7 سنتيمترات عن قاعدته. مساحة المثلث تبلغ 60 سنتيمترًا مربعًا. احسب القاعدة والارتفاع.
القاعدة = 8 cm.
والارتفاع = 15 cm.

التركيز على محتوى الرياضيات

المساحة وضّح أنه من الممكن أن يتم رسم العديد من مختلف متوازيات الأضلاع بالارتفاع نفسه ومع كون قواعدها متطابقة، ومن ثم بالمساحة نفسها. استخدم لوحة جغرافية أو جهاز تصميم مماثلًا لتوضح مختلف متوازيات الأضلاع التي لها نفس الطول والقاعدة. اطلب من الطلاب أن يوضحوا مدى اختلاف متوازيات الأضلاع تلك.

إرشاد للمعلمين الجدد

تمثيل النماذج ساعد الطلاب على فهم العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازي الأضلاع أو المستطيل من خلال عرض نموذج أمامهم. اقطع قطعة من الورق حجمها 21 سنتيمترًا × 27.5 سنتيمترًا تضعين على امتداد القطر لتوضح أن مساحة المثلث تبلغ نصف مساحة المستطيل الذي له نفس القاعدة والارتفاع. ثم اقطع مثلثًا قائم الزاوية من طرف ورقة أخرى حجمها 21 سنتيمترًا × 27.5 سنتيمترًا بحيث يكون لها نفس ارتفاع الورقة الأصلية. شكّل متوازي أضلاع من الورقة عن طريق وضعها على الطرف الآخر من الورقة. ثم اقطعها تضعين على امتداد القطر. مساحة المثلث تبلغ نصف مساحة متوازي الأضلاع المناظر هذا.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 9-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التحقق من فهمك

الأمثلة 3-1 أوجد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

1. 

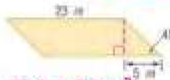
56 cm 180 cm ^{2}

2. 

76 m, 288 m ^{2}

3. 

64 cm, 207.8 cm ^{2}

4. 

60.1 m, 115 m ^{2}

5. 

43.5 cm, 20 cm ^{2}

6. 

80 mm, 240 mm ^{2}

7. **الحرف اليدوية** يصنع عبد الرحمن وعبد الرحيم المراوح الورقية. كل مروحة مكونة من 4 مثلثات بالأبعاد الموضحة. أوجد محيط ومساحة كل مثلث. 28.5 , 33.8 cm ^{2}

مثال 4 أوجد قيمة *x*.

8. $A = 153$ cm ^{2}
17 cm

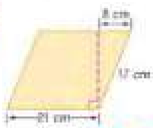
9. $A = 165$ cm ^{2}
11 cm

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 3-1 **البنية** أوجد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

10. 

96 cm, 528 cm ^{2}

11. 

76 m, 315 m ^{2}

12. 

80 mm, 137.5 mm ^{2}

13. 

69.9 m, 129.9 m ^{2}

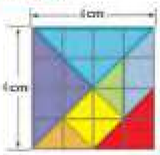
14. 

170 cm, 1440 cm ^{2}

15. 

174.4 m, 1520 m ^{2}

16. **ألغاز تانجرام** مساحة لغز تانجرام الموضح 4 سم مربع.
   a. أوجد محيط ومساحة المثلث الأرجواني. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة. 9.7 cm; 4 cm ^{2}
   b. أوجد محيط ومساحة متوازي الأضلاع الأزرق. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة. 6.8 cm; 2 cm ^{2}



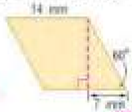
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10-27, 38-58	42-45 ,فردي 11-27	38-41, ,زوجي 10-26 46-58
OL أساسي	29-35 ,28 ,فردي 11-27 ,فردي 36, 38-58	10-27, 42-45	28-36, 38-41, 46-58
BL متقدم	28-53, (اختياري: 54-58)		

مثال 2 **البنية** أوجد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

17.


$727.5\ m^2$

18.


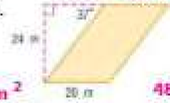
$169.7\ mm^2$

19.


$338.4\ cm^2$

20.


$57.9\ cm^2$

21.


$480\ m^2$

22.


$471.9\ cm^2$

23. **الطقس** كثيرا ما يتم عرض مناطق ترقب الأعاصير على خرائط الطقس باستخدام متوازيات أضلاع. ما مساحة المنطقة المتأثرة بإعلان ترقب الأعاصير الموضح؟ قرب إلى أقرب كيلومتر مربع. $55{,}948\ km^2$

مثال 4

24. ارتفاع متوازي أضلاع يزيد عن قاعدته بمقدار 4 مليمترات. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 221 مليمترات مربعة، فأوجد القاعدة والارتفاع. $b = 13\ mm;\ h = 17\ mm$

25. ارتفاع متوازي أضلاع يساوي ربع قاعدته. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 36 سم مربع، فأوجد القاعدة والارتفاع. $b = 12\ cm;\ h = 3\ cm$

26. قاعدة مثلث ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة المثلث 49 مترا مربعا، فأوجد القاعدة والارتفاع. $b = 14\ m;\ h = 7\ m$

27. ارتفاع مثلث أقصر من قاعدته بمقدار 3 أمتار. إذا علمت أن مساحة المثلث 44 مترا مربعا، فأوجد القاعدة والارتفاع. $b = 11\ m;\ h = 8\ m$

28. **الأعلام** يريد عمر صنع نسخة مطابقة للعلم الوطني لغيانا.

a. ما مساحة قطعة القماش المطلوبة للمنطقة الحمراء؟ والصفراء؟ $900\ cm^2;\ 900\ cm^2$

b. إذا علمت أن تكلفة القماش AED 3.99 للمتر المربع لكل لون وقد اشترى كمية القماش المطلوبة بالضبط، فكم سيتكلف العلم؟ AED 1.43

29. **دراما** ليلى مسؤولة عن تصميم الديكور للأداء الفني لمسرحية روميو وجولييت في مدرستها. يغطي لتر واحد من الطلاء 7 أمتار مربعة. فكم عدد اللترات المطلوبة من كل لون إذا علمت أن السقف والبرج يتطلب كل منهما 3 طبقات من الطلاء؟ لتر من الأصفر، و 3 لترات من الأزرق

أوجد محيط ومساحة كل شكل. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

30.


$8\ m;\ 4\ m^2$

31.


$9.19\ cm;\ 4.79\ cm^2$

32.


$37.95\ cm;\ 68.55\ m^2$

إجابات إضافية

35a. 10.9 وحدات^2

35b.
$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}bh$$
$$\sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}(5)(12)$$
$$\sqrt{15(10)(3)(2)} \stackrel{?}{=} 30$$
$$\sqrt{900} \stackrel{?}{=} 30$$
$$30 = 30$$

788 | الدرس 9-12 | مساحات متوازيات الأضلاع والمثلثات

التمثيلات المتعددة

يستخدم الطلاب في التمرين 36 معادلات جبرية وجدولاً إضافةً إلى تمثيل بياني لاستكشاف العلاقة القائمة بين محيط ومساحة المستطيل.

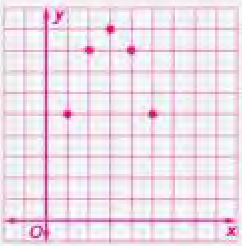
إجابات إضافية

36a. $P = 2x + 2y,\ A = xy$

36b.

الطول، x	العرض، y	المساحة
1	5	5
2	4	8
3	3	9
4	2	8
5	1	5

36c.



36d. الإجابة النموذجية: تزيد المساحة بزيادة الطول من 1 إلى 3، وتكون في أعلى قيمها عند 3، ثم تتناقص بزيادة الطول إلى 5.

36e. الإجابة النموذجية: يصل التمثيل البياني لأعلى نقطة عندما $x = 3$. ومن ثم ستكون مساحة المستطيل الأكبر عندما يكون الطول 3. ويصل التمثيل البياني لأصغر نقاطه عندما $x = 1$ و 5، ومن ثم ستكون مساحة المستطيل الأصغر عندما يكون الطول 1 أو 5.

37. 15 وحدة ^{2}؛ الإجابة النموذجية: رسمت المثلث داخل مربع 6 في 6، وحسبت مساحة المربع وطرحت مساحات المثلثات الثلاثة قائمة الزاوية الموجودة داخل المربع والتي تم وضعها حول المثلث المعطى. ومساحة المثلث المعطى هو الفرق، أو 15 وحدة ^{2}.

الهندسة الإحداثية أوجد مساحة كل شكل. واشرح الطريقة المستخدمة.

33. $\square ABCD$ له الرؤوس $A(4, 7)$ و $B(2, 1)$ و $C(8, 1)$ و $D(10, 7)$ **33. 36 وحدة^2؛ مثّل بيانيًا متوازي الأضلاع. ثم قس طول القاعدة والارتفاع واحسب المساحة.**

34. $\triangle RST$ له الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-2, -2)$ و $T(-3, -7)$ **34. 15 وحدة^2؛ مثّل بيانيًا المثلث. ثم قس طول القاعدة والارتفاع واحسب المساحة.**

35. **صيغة هيرون** تربط صيغة هيرون أطوال أضلاع مثلث بمساحته. والصيغة هي $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$، حيث s هو نصف محيط المثلث و a و b و c أطوال الأضلاع. **a–b. انظر الهامش.**

a. استخدم صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 7 و 10 و 4.

b. أثبت أن المساحة التي تم إيجادها للمثلث قائم الزاوية 5-12-13 هي ذاتها باستخدام صيغة هيرون وباستخدام صيغة مساحة المثلث التي تعلمت سابقًا في هذا الدرس.

36. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين مساحة مثلث ومحيطه. **a–e. انظر الهامش.**

a. **جبريًا** مستطيل محيطه 12 وحدة. إذا كان طوله x وعرضه y، فاكتب معادلتين لمحيطه ومساحته.

b. **جدوليًا** ضع في جدول جميع القيم المحتملة من الأعداد الكلية لطول المستطيل وعرضه وأوجد مساحة كل زوج.

c. **بيانيًا** مثّل بيانيًا مساحة المستطيل بالنسبة إلى طوله.

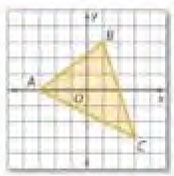
d. **لفظيًا** صف كيفية تغير مساحة المستطيل بتغير طوله.

e. **تحليليًا** لأي قيم الطول والعرض من الأعداد الكلية ستكون المساحة أكبر ما يكون؟ أقل ما يكون؟ اشرح تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا

استخدام مهارات التفكير العليا

37. **تحدٍ** أوجد مساحة $\triangle ABC$ الممثل بيانيًا على اليسار. اشرح طريقتك. **انظر الهامش.**



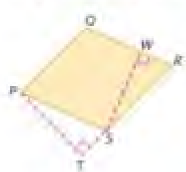
38. **فرضيات** هل سيكون محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل دائمًا أم أحيانًا أم لن يكون مطلقًا أكبر من محيط مستطيل بنفس المساحة والارتفاع؟ اشرح. **انظر الهامش.**

39–41. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

39. **الكتابة في الرياضيات** تقع النقطتان J و L على المستقيم m. وتقع النقطة K على المستقيم p. إذا علمت أن المستقيمين m و p متوازيان، فصف كيفية تغير مساحة $\triangle JKL$ بينما تتحرك K على طول المستقيم p.

40. **مسألة غير محددة الإجابة** مساحة مضلع 35 وحدة مربعة. الارتفاع 7 وحدات. ارسم ثلاثة مثلثات وثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة تحقق المتطلبات. واذكر القاعدة والارتفاع بكل منها.

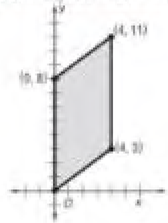
41. **الكتابة في الرياضيات** صف طريقتين مختلفتين لاستخدام القياس لإيجاد مساحة متوازي أضلاع $PQRS$.



38. دائمًا. الإجابة النموذجية: إذا كانت المساحات متساوية، فإن محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل سيكون دائمًا أكبر لأن الضلع غير العمودي على الارتفاع يشكل مثلثًا قائم الزاوية مع الارتفاع. والارتفاع هو ساق المثلث وضلع متوازي الأضلاع هو وتر المثلث. بما أن الوتر دائمًا يكون الضلع الأطول من المثلث قائم الزاوية، فإن الضلع غير المتعامد من متوازي الأضلاع يكون دائمًا أكبر من الارتفاع. كما أن قواعد الأشكال رباعية الأضلاع لا بد وأن تكون متشابهة لأن المساحات والارتفاعات تكون متشابهة. وبما أن القواعد متشابهة وارتفاع المستطيل كذلك هو طول الضلع، فإن محيط متوازي الأضلاع سيكون دائمًا أكبر.

تدريب على الاختبار المعياري

42. ما المساحة بالوحدات المربعة لمتوازي الأضلاع الموضح؟ **C**



A 12
B 20
C 32
D 40

43. **الإجابة الشبكية** في متوازي الأضلاع $ABCD$، $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ يتقاطعان عند E. إذا علمت أن $AE = 9$ ، $BE = 3x - 7$ ، $DE = x + 5$. فأوجد x. **6**

44. تم إنشاء منحدر للكراسي المتحركة بارتفاع 50 سم وطول 3.6 أمتار كما هو موضح. ما قياس الزاوية x التي يصنعها المنحدر مع الأرض، إلى أقرب درجة؟ **F**

ملاحظة: الرسم ليس للقياس.

F 8
G 16
H 37
J 53

45. **SAT/ACT** صيغة تحويل الدرجة المئوية إلى درجة فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$، حيث تمثل F درجة فهرنهايت و C الدرجة المئوية. أي مما يلي الدرجة المئوية المكافئة لدرجة 86° فهرنهايت؟ **B**

A 15.7° C
B 30° C
C 65.5° C
D 122.8° C
E 186.8° C

مراجعة شاملة

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل حالة. ثم صف إحصاء العينة ومَعْلَمة المجتمع الإحصائي.

46. **الملاهي** تم سؤال عينة منتظمة من 250 ضيفًا عن مقدار المال الذي تم إنفاقه في أكشاك بيع الوجبات الخفيفة داخل الملاهي. وتم حساب متوسط المبلغ. **انظر الهامش.**

47. **حفل التخرج** تم إجراء استطلاع مع عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر بمدرسة البراء بن عازب الثانوية، وحساب المتوسط الحسابي للمبلغ الذي تم إنفاقه على حفل التخرج لكل طالب. **انظر الهامش.**

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

48. $f(x) = 2x - 14$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 7$

49. $f(x) = 17 - 5x$ $\quad f^{-1}(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$

50. $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ $\quad f^{-1}(x) = 4x - 12$

51. $f(x) = -\frac{1}{7}x - 1$ $\quad f^{-1}(x) = -7x - 7$

52. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 9$

53. $f(x) = 12 - \frac{3}{5}x$ $\quad f^{-1}(x) = -\frac{5}{3}x + 20$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$.

54. $\frac{1}{2}ac$ **3**

55. $\frac{1}{2}cb$ **9**

56. $\frac{1}{2}b(2a + c)$ **21**

57. $\frac{1}{2}c(b + a)$ **12**

58. $\frac{1}{2}a(2c + b)$ **12**

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اجعل الطلاب يشرحوا كيفية حساب مساحة المثلث.

إجابات إضافية

46. العينة: عينة منتظمة من 250 ضيفًا؛ المجتمع الإحصائي: كل الضيوف؛ إحصاء العينة: المبلغ المالي الوسيط المنفق على الوجبات الخفيفة من قبل الضيوف ضمن العينة؛ مَعْلَمة المجتمع الإحصائي: المبلغ المالي الوسيط المنفق على الوجبات الخفيفة من قبل كل الضيوف

47. العينة: عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثالث الثانوي؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب الصف الثالث الثانوي في مدرسة البراء بن عازب الثانوية؛ إحصاء العينة: متوسط المبلغ المالي المنفق على حفل التخرج؛ مَعْلَمة المجتمع الإحصائي: متوسط المبلغ المالي الذي ينفقه طلا ب الصف الثالث الثانوي في مدرسة البراء بن عازب الثانوية على حفل التخرج

التدريس المتمايز OL EL

التوسع وضّح للطلاب أن كل متوازي أضلاع له ارتفاعان. اطلب من كل طالب أن يكتب فقرة تشرح سبب عدم استخدامك لكلا الارتفاعين في حساب مساحة متوازي الأضلاع. راجع عمل الطلاب.

المطويات® منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة في مطوياتهم لكل درس في الوحدة. اقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن هذه المطويات تُعد بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة لاختبار الوحدة.

الوحدة 12 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

تصنيف المثلثات

- يمكن تصنيف المثلثات حسب زواياها بأنها حادة أو منفرجة أو قائمة وحسب أضلاعها بأنها مختلفة الأضلاع أو متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع.

زوايا المثلثات

- قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياسات الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

المثلثات المتطابقة

- SSS إذا كانت كل الأضلاع المتناظرة في مثلثين متطابقة، فالمثلثان متطابقان.
- SAS عند تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة في مثلثين والزاويتين المحصورتين بينهما فالمثلثان متطابقان.
- ASA عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين والضلعين المحصورين بينهما فالمثلثان متطابقان.
- AAS عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين وزوج متناظر من الأضلاع غير المحصورة، فالمثلثان متطابقان.

المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

- زوايا قاعدة المثلث متساوي الساقين متطابقة ويكون المثلث متساوي الأضلاع إذا كان متساوي الزوايا.

التحويلات والبراهين الإحداثية

- في تحويل التطابق، قد يختلف موضع الصورة عن الصورة الأصلية، لكن الشكلين يظلان متطابقين.
- البراهين الإحداثية تستخدم الجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

مثلث حاد acute triangle
خط مساعد auxiliary line
زوايا القاعدة base angles
قاعدة متوازي الأضلاع base of a parallelogram
قاعدة المثلث base of a triangle
تحويل التطابق congruence transformation
مضلعات متطابقة congruent polygons
البرهان الإحداثي coordinate proof
نتيجة corollary
أجزاء متناظرة corresponding parts
مثلث متساوي الزوايا equiangular triangle
مثلث متساوي الأضلاع equilateral triangle
زاوية خارجية exterior angle
البرهان التسلسلي flow proof
ارتفاع متوازي الأضلاع height of a parallelogram
ارتفاع المثلث height of a triangle
زاوية محصورة included angle
ضلع محصور included side
مثلث متساوي الساقين isosceles triangle
مثلث منفرج الزاوية obtuse triangle
الانعكاس reflection
زوايا داخلية غير مجاورة remote interior angles
مثلث قائم الزاوية right triangle
الدوران rotation
مثلث مختلف الأضلاع scalene triangle
إزاحة translation
زاوية الرأس vertex angle

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة **صحيحة** أم **خاطئة**. إن كانت **خاطئة**، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لتجعل الجملة صحيحة.

1. المثلث متساوي الزوايا مثال أيضًا على المثلث حاد الزاوية. **صحيحة**
2. المثلث الذي يحتوي على زاوية قياسها أكبر من 90° مثلث قائم الزاوية. **خاطئة؛ منفرج الزاوية**
3. المثلث متساوي الأضلاع دائمًا ما يكون متساوي الزوايا. **صحيحة**
4. يحتوي المثلث مختلف الأضلاع على ضلعين متطابقين على الأقل. **خاطئة؛ المثلث متساوي الساقين**
5. زوايا الرأس في المثلث متساوي الساقين تكون متطابقة. **خاطئة؛ القاعدة**
6. الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع. **صحيحة**
7. الأنواع الثلاثة من تحويلات التطابق هي الدوران والانعكاس والإزاحة. **صحيحة**
8. يؤدي الدوران إلى تحريك كل نقاط شكل ما المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. **خاطئة؛ الإزاحة**
9. البرهان التسلسلي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. **خاطئة؛ البرهان الإحداثي**
10. قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسات زاويته الداخليتين غير المجاورتين. **صحيحة**

مراجعة درس بدرس

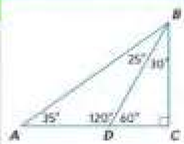
التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض المواضيع التي تتناولها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن الصفحات المرجعية تخبرهم أين يجب مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

الوحدة 12 دليل الدراسة والمراجعة تابع

مراجعة درس بدرس

12-1 تصنيف المثلثات

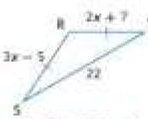
ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.



11. $\triangle ADB$ منفرج الزاوية
12. $\triangle BCD$ قائم الزاوية
13. $\triangle ABC$ قائم الزاوية

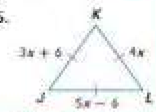
الجبر أوجد قيمة x وقياسات الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

14.



$x = 12, RS = RT = 31$

15.



$x = 6, JK = KL = JL = 24$

16. **الخرائط** المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند إلى سينسيناتي ثم العودة إلى شيكاغو تبلغ 1,440 كم. تزيد المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند 80 كم على المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو، وتقل المسافة من كليفلاند إلى سينسيناتي 80 كم عن المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. أوجد كل مسافة وضع تصنيفًا للمثلث المتشكل من المدن الثلاث.

سينسيناتي إلى شيكاغو = 480 كم، وسينسيناتي إلى كليفلاند = 400 كم، وشيكاغو إلى كليفلاند = 560 كم؛ مختلف الأضلاع

مثال 1

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.

a.

بما أن المثلث يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

b.

يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة تتساوى جميعها. إنه مثلث متساوي الزوايا.

12-2 زوايا المثلثات

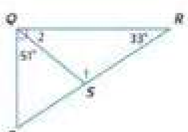
أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.

17. $\angle 1$ 70
18. $\angle 2$ 110
19. $\angle 3$ 82

20. **المنازل** دعامة السقف في منزل عبد الكريم على شكل مثلث متساوي الساقين بزاويتي قاعدة بالقياس 38°. أوجد x.
104

مثال 2

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$m\angle 2 + m\angle PQS = 90$	
$m\angle 2 + 51 = 90$	تعويض
$m\angle 2 = 39$	اطرح 51 من كل طرف.
$m\angle 1 + m\angle 2 + 33 = 180$	نظرية مجموع المثلث
$m\angle 1 + 39 + 33 = 180$	تعويض
$m\angle 1 + 72 = 180$	بسّط.
$m\angle 1 = 108$	اطرح.

792 | الوحدة 12 | دليل الدراسة والمراجعة

إجابات إضافية

21. $\angle D \cong \angle J, \angle A \cong \angle F, \angle C \cong \angle H, \angle B \cong \angle G, \overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{BC} \cong \overline{HG}, \overline{DC} \cong \overline{JH}, \overline{DA} \cong \overline{JF}$; المضلع $ABCD \cong$ المضلع $FGHJ$

22. $\angle X \cong \angle J, \angle Y \cong \angle K, \angle Z \cong \angle L, \overline{XY} \cong \overline{JK}, \overline{YZ} \cong \overline{KL}, \overline{XZ} \cong \overline{JL}$; $\triangle XYZ \cong \triangle JKL$

23. $\triangle BFG \cong \triangle CGH \cong \triangle DHE \cong \triangle AEF$, $\triangle EFG \cong \triangle FGH \cong \triangle GHE \cong \triangle HEF$

24. العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (المعطيات)
2. $\angle A \cong \angle DCE$ (نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.)
3. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (المعطيات)
4. $\angle ABE \cong \angle D$ (نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.)
5. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (مسلّمة ASA)

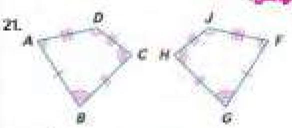
25. العبارات (المبررات)

1. $\overline{WY}$ تنصّف كلاً من $\angle XWZ$ و $\angle XWZ$ (المعطيات)
2. $\angle XWY \cong \angle ZWY$ (تعريف منصّف الزاوية)
3. $\overline{WY} \cong \overline{WY}$ (خاصية الانعكاس)
4. $\angle XYW \cong \angle ZYW$ (تعريف منصّف الزاوية)
5. $\angle WXY \cong \angle WZY$ (مسلّمة ASA)

12-3 المثلثات المتطابقة

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق. 21-23. انظر الهامش.

21.

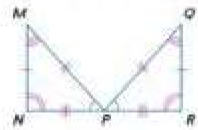


22.

23. **تركيب البلاط** موضح هنا جزء من تركيبة بلاط. عيّن المثلثات التي تبدو متطابقة.

مثال 3

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.



الزوايا: $\angle N \cong \angle R, \angle M \cong \angle Q, \angle MPN \cong \angle QPR$

الأضلاع: $\overline{MN} \cong \overline{QR}, \overline{NP} \cong \overline{QP}, \overline{NP} \cong \overline{RP}$

كل الأجزاء المتناظرة في المثلثين متطابقة. ولذلك، $\triangle MNP \cong \triangle QRP$

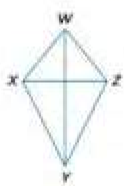
12-4 إثبات تطابق المثلثات – تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

اكتب برهاناً من عمودين. 24-25. انظر الهامش.

24. المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$

المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$

25. **الطائرات الورقية** طائرة عبد الله الورقية موضحة في الشكل على اليسار. إذا علمت أن $\overline{WY}$ ينصف $\angle XYZ$ و $\angle XWZ$، فأثبت أن $\triangle WXY \cong \triangle WZY$.

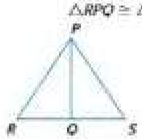


مثال 4

اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\overline{PQ}$ ينصف $\angle RPS$، $\angle R \cong \angle S$

المطلوب: $\triangle RPQ \cong \triangle SPQ$



البرهان التسلسلي:

$\overline{PQ}$ ينصف $\angle RPS$ — المعطيات

$\angle RPQ \cong \angle SPQ$ — تعريف منصف الزاوية

$\angle R \cong \angle S$ — المعطيات

$\overline{PQ} \cong \overline{PQ}$ — الانعكاس

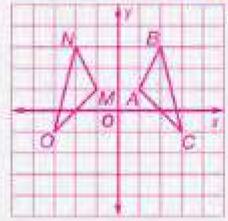
$\triangle RPQ \cong \triangle SPQ$ — مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (AAS)

793

12 دليل الدراسة والمراجعة

إجابات إضافية

33.



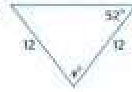
12-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

أوجد قيمة كل متغير.

26.

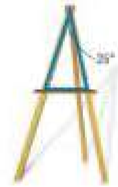
3

27.



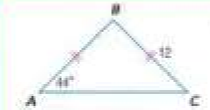
76

28. **الرسم** ترسم فوزية باستخدام حامل رسم خشبي. بشكل قضيب الدعم في الحامل مع الدعامتين الأماميتين مثلثًا متساوي الساقين. وفقًا للشكل، أيًّا ما قياسا زاويتي القاعدة في المثلث؟ **77.5**



مثال 5

أوجد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle B$

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$, $AB = BC$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة A و C متطابقتان. إذًا $m\angle A = m\angle C$.
استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle B$.

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$ نظرية مجموع المثلث

$44 + m\angle B + 44 = 180$ $m\angle A = m\angle C = 44$

$88 + m\angle B = 180$ بسّط.

$m\angle B = 92$ اطرح.

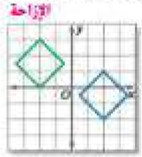
b. AB

$AB = BC$. إذًا $\triangle ABC$ متساوي الساقين. بما أن $BC = 12$. إذًا $AB = 12$ بالتعويض.

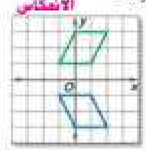
12-7 تحويلات التطابق

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو تحويلاً، أو دورانًا.

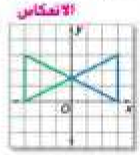
29. **الإزاحة**



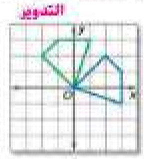
30. **الانعكاس**



31. **الانعكاس**



32. **التدوير**



33. المثلث ABC بالرؤوس $A(1, 1)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, -1)$ هو تحويل للمثلث $\triangle MNO$ بالرؤوس $M(-1, 1)$ و $N(-2, 3)$ و $O(-3, -1)$. مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا، وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق. **انعكاس؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيل البياني.**

مثال 6

المثلث RST بالرؤوس $R(4, 1)$ و $S(2, 5)$ و $T(-1, 0)$ تحويل للمثلث $\triangle CDF$ بالرؤوس $C(1, -3)$ و $D(-1, 1)$ و $F(-4, -4)$. حدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثّل بيانيًا كل شكل. التحويل يبدو إزاحة. أوجد أطوال أضلاع كل مثلث.

$RS = \sqrt{(4-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{20}$

$TS = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{34}$

$RT = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{26}$

$CD = \sqrt{(-1-1)^2 + [1-(-3)]^2} = \sqrt{20}$

$DF = \sqrt{[-4-(-1)]^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{34}$

$CF = \sqrt{(-4-1)^2 + [-4-(-3)]^2} = \sqrt{26}$

بما أن كل رأس في $\triangle CDF$ قد تعرض لتحويل بمقدار 3 وحدات لليمين و 4 وحدات لأعلى، فهذه إزاحة.

بما أن $RS = CD$, $TS = DF$, $RT = CF$، إذًا $\overline{RS} \cong \overline{CD}$, $\overline{TS} \cong \overline{DF}$ و $\overline{RT} \cong \overline{CF}$. حسب مسلّمة تطابق الأضلاع الثلاثة (SSS) $\triangle RST \cong \triangle CDF$.

التقويم الختامي

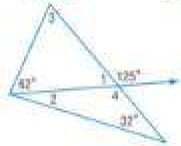
استخدم اختبارات الوحدة ذات المستويات المختلفة لمفاضلة التقويمات من أجل طلابك.

12 تدريب على الاختبار

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الأضلاع، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.

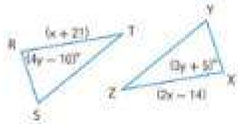
1. $\triangle ABD$ متساوي الزوايا
2. $\triangle ABC$ قائم الزاوية
3. $\triangle BDC$ منفرج الزاوية

أوجد قياس جميع الزوايا المرقّمة.



4. $\angle 1$ 55
5. $\angle 2$ 23
6. $\angle 3$ 63
7. $\angle 4$ 125

في الرسم التخطيطي، $\triangle RST \cong \triangle XYZ$.

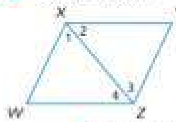


8. أوجد x. 35
9. أوجد y. 15
10. **البرهان** اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ and $\overline{XW} \parallel \overline{YZ}$

المطلوب: $\triangle XWZ \cong \triangle ZYX$

انظر ملحق إجابات الوحدة 12.



11. **الاختيار من متعدد** أوجد x. C

A 36
C 28
B 32
D 22

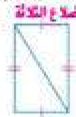
12. حدد ما إذا كان $\triangle TJD \cong \triangle SEK$ إذا علمت $T(-4, -2)$، $J(0, 5)$، $D(1, -1)$، $S(-1, 3)$، $E(3, 10)$، $K(4, 4)$. اشرح. نعم، حسب مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات تطابق كل زوج من المثلثات. وإذا لم يكن ممكناً إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

13. 

مسلّمة زاويتين وضلع

14. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة



15. 

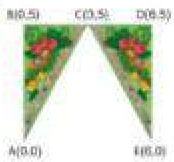
لا يمكن

16. 

مسلّمة ضلعين وزاوية محصورة بينهما

17. **المناظر الطبيعية** وضعت موزة تصميماً لحديقة تتكون من منطقتين مثلثتين تم عرضهما أدناه. النقاط هي $A(0, 0)$ و$B(0, 5)$ و$C(3, 5)$ و $D(6, 5)$ و$E(6, 0)$. عيّن نوع تحويل التطابق للصورة الأصلية $\triangle ABC$ إلى $\triangle EDC$.

انعكاس



أوجد قياس جميع الزوايا المرقّمة.

18. $\angle 1$ 66
19. $\angle 2$ 243

20. **البرهان** $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية بالوتر $\overline{AB}$. M نقطة منتصف $\overline{AB}$. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\overline{CM}$ متعامد على $\overline{AB}$. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

12 التحضير للاختبارات المعيارية

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة أن تقدم حلاً للمسألة إلى جانب الطريقة و/أو التفسير و/ أو التعليل المستخدم للوصول إلى الحل.

يتم تقويم الأسئلة ذات الإجابات القصيرة في العادة باستخدام **معيار**، أو دليل رصد الدرجات.

فيما يلي مثال على معيار رصد درجات سؤال قصير الإجابة.

معايير رصد الدرجات		
	المعايير	النقاط
الدرجة الكاملة	الإجابة صحيحة ويتوفر تفسير كامل يوضح كل خطوة.	2
درجة جزئية	• الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.	1 1
بدون درجة	إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.	0

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتصل إلى فهم ما تحاول حله.

- حدد الحقائق ذات الصلة.
- ابحث عن الكلمات الأساسية ومصطلحات الرياضيات.

الخطوة 2

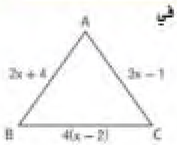
ضع خطة وأوجد حل المسألة.

- اشرح تبريرك أو اذكر أسلوبك لحل المسألة.
- اعرض كل عملك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحل هنا.

المثلث ABC متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$. ما محيط المثلث؟



1 التركيز

الهدف فهم ما تتكون منه الأسئلة ذات الإجابات القصيرة وتطوير أساليب لحلها.

2 التدريس

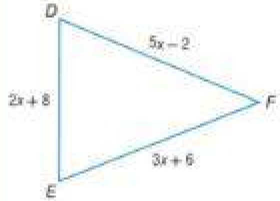
الأسئلة الداعمة

اطرح الأسئلة التالية:

- اذكر بعض الطرق التي يختلف فيها حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة عن حل أسئلة الاختيار من متعدد. وما أوجه الشبه بينهما؟ الإجابة النموذجية: يجب أن تكتب الحل في الأسئلة ذات الإجابات القصيرة. وهذا ليس ضروريًا في أسئلة الاختيار من متعدد. تُحسب الأسئلة ذات الإجابات القصيرة باستخدام معايير رصد الدرجات، وبالتالي يمكن منح جزء من الدرجة. أما في أسئلة الاختيار من متعدد، فالإجابة إما صحيحة أو خطأ. وكلا النوعين من الأسئلة يحتاج إلى القراءة المتأنية.
- ما أهمية شرح التبرير في الأسئلة ذات الإجابات القصيرة؟ الإجابة النموذجية: لا تُمنح الدرجة كاملة إلا على الإجابات الصحيحة المدعومة بالشرح الوافي الصحيح.
- ما أهمية التحقق من الإجابة؟ الإجابة النموذجية: ستؤدي أخطاء السهو إلى الحصول على جزء من الدرجة أو عدم الحصول عليها.

مثال إضافي

المثلث DEF متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{DE}$. ما محيط المثلث؟



الساقان في المثلث متساوي الساقين متطابقان. وبالتالي $\overline{DF} \cong \overline{EF}$، أو $DF = EF$.

إيجاد حل x.

$$5x - 2 = 3x + 6$$
$$2x = 8$$
$$x = 4$$

وبالتالي فإن أطوال الأضلاع هي $DF = 18$، $EF = 18$، و $DE = 16$.

محيط $\triangle DEF$ يساوي $18 + 18 + 16 = 52$ وحدة.

3 التقويم

استخدم التمارين 5-1 لتقويم استيعاب الطلاب.

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن المثلث $\triangle ABC$ متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$. مطلوب منك إيجاد محيط المثلث.

ضع خطة وأوجد حل المسألة.

ساقا المثلث متساوي الساقين متطابقان.
إذا $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ أو $AB = AC$. حل لإيجاد x.

$$AB = AC$$
$$2x + 4 = 3x - 1$$
$$2x - 3x = -1 - 4$$
$$-x = -5$$
$$x = 5$$

ثم أوجد طول كل ضلع.

$BA = 2(5) + 4 = 14$ وحدة

$AC = 3(5) - 1 = 14$ وحدة

$BC = 4(5 - 2) = 12$ وحدة

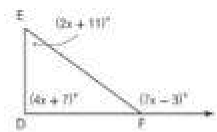
محيط $\triangle ABC$ يساوي $14 + 14 + 12 = 40$ وحدة.

تم بوضوح ذكر الخطوات والحسابات والتبرير. وقد توصل الطالب أيضًا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، تستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

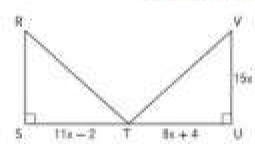
التمارين

اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحل هنا.

1. صنّف $\triangle DEF$ وفقًا لقياسات زواياه. **منفرج الزاوية**

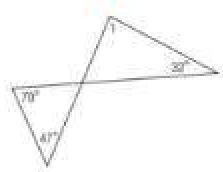


2. في الشكل أدناه، $\triangle RST \cong \triangle VUT$. ما مساحة $\triangle RST$؟ **300 وحدة مربعة**



3. يريد مزارع تجهيز حظيرة للدجاج على شكل مستطيل مساحته 6 أمتار مربعة. ويريد أن يوفر المال بشراء أقل قدر ممكن من السياج لإحاطة المساحة. فما الأبعاد بأعداد كلية والتي ستتطلب أقل كمية من السياج؟ **$3\ m \times 2\ m$**

4. ما قياس $m\angle 1$ بالدرجات؟ **85°**



5. اكتب معادلة للخط المستقيم المحتوي على النقطتين $(2, 4)$ و $(0, -2)$. **$y = 3x - 2$**

الوحدة 12

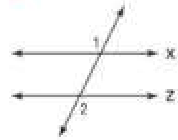
تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي، الوحدات من 1 إلى 12

الاختيار من متعدد

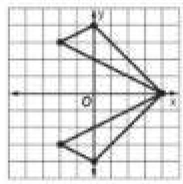
اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كانت $m\angle 1 = 110°$، فما القياس الذي يجب أن تأخذه $m\angle 2$ ليكون الخطان المستقيمان x و z متوازيين؟ **D**



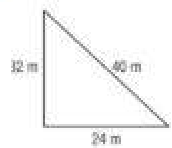
A 30° B 60° C 70° D 110°

2. أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل للتحويل أدناه؟ **H**



F التمديد H الدوران
G الانعكاس J الإزاحة

3. ضع تصنيفًا للمثلث أدناه وفقًا لأطوال أضلاعه. **D**

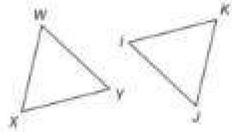


A متساوي الأضلاع C قائم الزاوية
B متساوي الساقين D مختلف الأضلاع

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 اقرأ نص المسألة بعناية للتأكد من أنك تختار الإجابة الصحيحة.

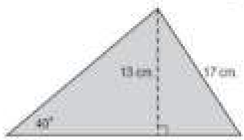
4. **المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{JK}$, $\overline{YX} \cong \overline{IK}$, $\angle X \cong \angle K$ **H**



أي مما يلي يذكر التطابق الصحيح للمثلثين؟

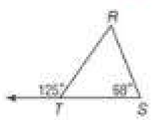
F $\triangle WXY \cong \triangle KIJ$
G $\triangle WXY \cong \triangle IKJ$
H $\triangle WXY \cong \triangle JKI$
J $\triangle WXY \cong \triangle IJK$

5. ما مساحة المثلث أدناه؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. **D**



A 110.5 cm^2
B 144.2 cm^2
C 164.5 cm^2
D 171.9 cm^2

6. ما قياس الزاوية R أدناه؟ **F**



F 57° G 59° H 65° J 68°

7. افترض أن إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين مقياسها 44°. فما قياس زاوية الرأس؟ **B**

A 108° C 56°
B 92° D 44°

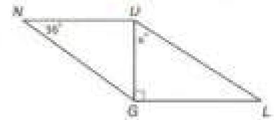
خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 13 عيّن للطلاب تمارين في الصفحة 801 كواجب منزلي لتقويم مستواهم لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة للوحدة التالية أم لا.

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

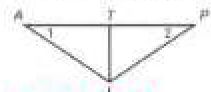
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. **الإجابة الشبكية** في الشكل أدناه، $\triangle NDG \cong \triangle LGD$. ما قيمة x؟ **54**



9. **الإجابة الشبكية** افترض أن المستقيم ℓ يحتوي على النقاط A و B و C. إذا علمت أن $AB = 7$ سم و $AC = 32$ سم، والنقطة B بين النقطتين A و C، فما طول $\overline{BC}$؟ اكتب الإجابة بالسنتيمتر. **25**

10. استخدم الشكل والمعلومات المذكورة أدناه.



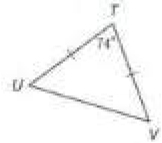
المعطيات: $\overline{JT} \perp \overline{AP}$، $\angle 1 \cong \angle 2$

بما أن $\overline{JT} \perp \overline{AP}$ و $\angle JTA \cong \angle JTP$، و $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\overline{JT} \cong \overline{JT}$، إذًا، $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ حسب مسلمة زاويتين وضلع (AAS).

ما نظرية التطابق التي يمكنك استخدامها لإثبات أن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ فقط باستخدام المعطيات؟ اشرح.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (0, 3) و (4, −5). $y = -2x + 3$

12. **الإجابة الشبكية** أوجد $m\angle TUV$ في الشكل. **53**



13. افترض أن ضلعين في المثلث ABC متطابقان مع ضلعين في المثلث MNO. افترض أيضًا أن إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle ABC$ متطابقة مع إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle MNO$. هل المثلثان متطابقان؟ إذا كانا كذلك، فاكتب برهانًا حرًا يوضح التطابق. وإذا لم يكونا كذلك، فارسم مثالًا مضادًا. **انظر الهامش.**

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. استخدم شبكة إحداثيات لكتابة برهان إحداثي للعبارة التالية.

إذا كانت رؤوس المثلث هي A(0, 0) و B(2a, b) و C(4a, 0)، فإن المثلث متساوي الساقين.

a. ارسم الرؤوس على شبكة إحداثيات لتمثيل المسألة. **انظر الهامش.**

b. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير AB. $AB = \sqrt{4a^2 + b^2}$

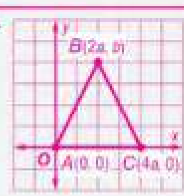
c. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير BC. $BC = \sqrt{4a^2 + b^2}$

d. استخدم الناتج من الجزأين b و c لوضع استنتاج بشأن $\triangle ABC$. **بما أن $AB = BC$، إذًا $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذًا، $\triangle ABC$ متساوي الساقين.**

إجابات إضافية

13. لا؛ المثال المضاد النموذجي:

14a.



الصفحات 712–713، الدرس 12-1

48. المعطيات: $\triangle ACE$ متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.

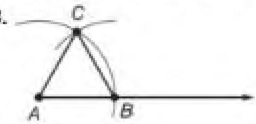
المطلوب: $\triangle BCD$ مثلث متساوي الزوايا.

البرهان:

العبارات (المبررات)

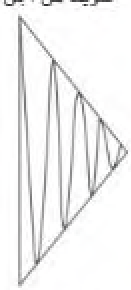
1. $\triangle ACE$ متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ (المعطيات)
2. $\angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$ (تعريف $\triangle$ المثلث متساوي الزوايا)
3. $\angle 2 \cong \angle CBD$ و $\angle 3 \cong CDB$ (مسلّمة $\measuredangle$ الزوايا المتناظرة)
4. $\angle 1 \cong \angle CBD \cong \angle CDB$ (التعويض)
5. $\triangle BCD$ متساوي الزوايا (تعريف $\triangle$ المثلث متساوي الزوايا)

53.



الإجابة النموذجية: في $\triangle ABC$، $AB = BC = AC = 1.3$ cm. بما أن جميع الأضلا ع لها طول واحد، فإنها جميعًا متطابقة. وبالتالي المثلث متساوي الأضلاع. تم إنشاء $\triangle ABC$ باستخدام AB على أنه طول كل ضلع. وبما أن القوس لكل قطعة مستقيمة واحد، فإن المثلث متساوي الأضلاع.

54b. الإجابة النموذجية: كان ينبغي أن يكون التذبذب مرتفعًا ويتناقص سريعًا من أجل تشكيل مثلث منفرج الزاوية.



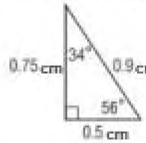
57. مطلقًا؛ جميع المثلثات متساوية الزوايا لها زوايا بمقياس $60°$. إذًا فهي ليس بها زاوية بمقياس $90°$. وبالتالي لا يمكن أن تكون مثلثات قائمة الزوايا.

58. دائمًا؛ جميع المثلثات متساوية الأضلا ع لها ثلاثة أضلا ع متساوية والمثلثات متساوية الساقين لها على الأقل ضلعان متساويان. إذًا جميع المثلثات التي لها ثلاثة أضلا ع متساوية فهي متساوية الساقين.

59. مطلقًا؛ جميع المثلثات متساوية الأضلاع متساوية الزوايا أيضًا، مما يعني أن جميع الزوايا تساوي $60°$. المثلث قائم الزاوية له زاوية واحدة بمقياس $90°$.

60. الإجابة النموذجية: بما أن المثلث متساوي الأضلا ع، فإن جميع الأضلا ع متساوية. وبجعل $5x + 3$ تساوي $7x - 5$ وإيجاد الحل، فإن x تساوي **4**. طول الضلع الواحد يساوي $5(4) + 3$ أو 23 وحدة. محيط المثلث متساوي الأضلا ع يساوي مجموع أضلاعه الثلا ثة أو ضرب الضلع في ثلاثة. المحيط يساوي $3(23)$ أو 69 وحدة.

61. الإجابة النموذجية:



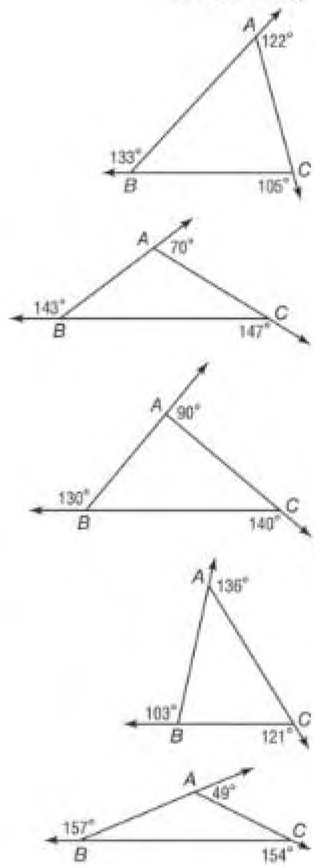
62. الإجابة النموذجية:

63. غير ممكن؛ جميع المثلثات متساوية الأضلا ع لها ثلاث زوايا حادة.

64. الإجابة النموذجية: المثلث الحاد له ثلاث زوايا حادة والمثلث متساوي الزوايا له ثلاث زوايا بمقياس $60°$. وبما أن الزاوية التي قياسها $60°$ زاوية حادة، فإن جميع المثلثات متساوية الزوايا مثلثات حادة. وبالتالي فعبارة "المثلث متساوي الزوايا الحاد" فيها كلام زائد.

الصفحة 723، الدرس 12-2

45a. الإجابة النموذجية:

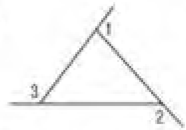


45b. الإجابة النموذجية:

$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	المجموع
122	105	133	360
70	147	143	360
90	140	130	360
136	121	103	360
49	154	157	360

45c. الإجابة النموذجية: مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمثلث يساوي 360.

45d. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360$



45e. تقول نظرية الزوايا الخارجية إن $m\angle 3 = m\angle BAC + m\angle BCA$، $m\angle 1 = m\angle CBA + m\angle BCA$، $m\angle 2 = m\angle BAC + m\angle CBA$. ومن خلال خاصية التعويض، فإن $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle CBA + m\angle BCA + m\angle BAC + m\angle CBA + m\angle BAC + m\angle BCA$، التي يمكن تبسيطها لتصبح $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 2m\angle CBA + 2m\angle BCA + 2m\angle BAC$. يمكن تطبيق خاصية التوزيع لتعطي $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 2(m\angle CBA + m\angle BCA + m\angle BAC)$. وتقول نظرية مجموع زوايا المثلث إن $m\angle CBA + m\angle BCA + m\angle BAC = 180$. ومن خلال خاصية التعويض يكون لدينا $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 2(180) = 360$.

46. الإجابة النموذجية: تنص النتيجة 12.2 أنه قد يوجد على الأكثر زاوية واحدة قائمة أو منفرجة في المثلث. وبما أن المثلث مسمّى بقياسين لزاويتين منفرجتين وهما 93 و 130، فلا بد أن واحدًا من هذين القياسين غير صحيح. وكذلك بناء على نظرية مجموع زوايا المثلث وهي أن الزوايا الداخلية للمثلث لا بد وأن يساوي مجموعها 180 درجة، ومجموعة تلك الزوايا يساوي 259، فإن هناك مقياسًا واحدًا على الأقل من تلك المقاييس غير صحيح.

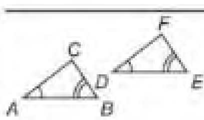
47. $a = 180 - 112 = 68°$; $b + c = 112$ و b و c متطابقتين. $2b = 112$; $b = 56°$. قياس كل من b و c يساوي $56°$

50. الإجابة النموذجية: بما أن الزاوية الخارجية حادة، فلا بد أن الزاوية المجاورة منفرجة. وبما أن الزاوية الخارجية الأخرى قائمة، فلا بد أن الزاوية المجاورة قائمة. ولا يمكن أن يوجد في المثلث كل من زاوية قائمة وزاوية منفرجة لأن قياسه سيكون أكبر من 180 درجة. وبالتالي لا يمكن أن يوجد للمثلث زاوية خارجية منفرجة وأخرى حادة وثالثة قائمة.

الصفحات 730–731، الدرس 12-3

19. المعطيات: $\angle A \cong \angle D$
$\angle B \cong \angle E$

المطلوب: $\angle C \cong \angle F$



البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$ (المعطيات)
2. $m\angle A = m\angle D$, $m\angle B = m\angle E$ (تعريف التطابق $\cong$ $\angle$s)
3. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$, $m\angle D + m\angle E + m\angle F = 180$ (نظرية مجموع الزوايا $\angle$)
4. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = m\angle D + m\angle E + m\angle F$ (خاصية التعدي)
5. $m\angle D + m\angle E + m\angle C = m\angle D + m\angle E + m\angle F$ (التعويض)
6. $m\angle C = m\angle F$ (خاصية الطرح)
7. $\angle C \cong \angle F$ (تعريف $\cong$ $\angle$s)

20. البرهان:

$\triangle RST \cong \triangle XYZ$
المعطيات

↓

$\angle R \cong \angle X$, $\angle S \cong \angle Y$, $\angle T \cong \angle Z$, $\overline{RS} \cong \overline{XY}$, $\overline{ST} \cong \overline{YZ}$, $\overline{RT} \cong \overline{XZ}$
نظرية CPCTC

↓

$\angle X \cong \angle R$, $\angle Y \cong \angle S$, $\angle Z \cong \angle T$, $\overline{XY} \cong \overline{RS}$, $\overline{YZ} \cong \overline{ST}$, $\overline{XZ} \cong \overline{RT}$
تطابق الزوايا والقطع المستقيمة متناظر.

↓

$\triangle XYZ \cong \triangle RST$
تعريف $\cong \triangle$

21. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. متوازي أضلاع $PQRS$ (معطيات)
2. $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$; $\overline{PS} \cong \overline{RQ}$; $\angle P \cong \angle R$ (تعريف متوازي الأضلاع)
3. $\overline{PS} \parallel \overline{RQ}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية.)
4. $\angle PQS \cong \angle RSQ$; $\angle PSQ \cong \angle RQS$ (الخطوط المتوازية يقطعها خط مستعرض، الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.)
5. $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$ (تعريف المثلثات المتطابقة)

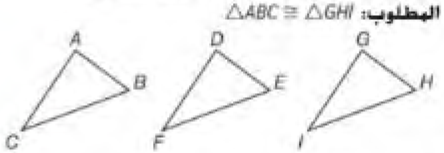
22. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{CB}$; $\overline{CD} \cong \overline{AD}$ $\angle A \cong \angle C$; $\angle ABD \cong \angle CBD$; $\angle ADB \cong \angle CDB$ (معطيات)
2. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (تعريف المثلثات المتطابقة)

24. المعطيات: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle DEF \cong \triangle GHI$

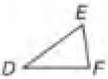
المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle GHI$

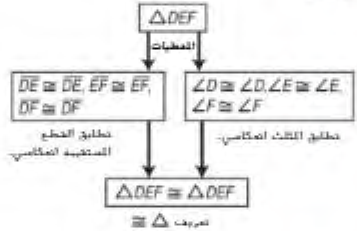


البرهان:

سنعرف أن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. ولأن الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة متطابقة هي الأخرى، فإن $\angle A \cong \angle D$، $\angle B \cong \angle E$، $\angle C \cong \angle F$، $\overline{AB} \cong \overline{DE}$، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$، $\overline{AC} \cong \overline{DF}$. نعرف أيضًا أن $\triangle DEF \cong \triangle GHI$. إذًا $\angle D \cong \angle G$، $\angle E \cong \angle H$، $\angle F \cong \angle I$، $\overline{DE} \cong \overline{GH}$، $\overline{EF} \cong \overline{HI}$، $\overline{DF} \cong \overline{GI}$ حسب النظرية CPCTC. وبالتالي $\angle A \cong \angle G$، $\angle B \cong \angle H$، $\angle C \cong \angle I$، $\overline{AB} \cong \overline{GH}$، $\overline{BC} \cong \overline{HI}$، $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ لأن تطابق الزوايا والقطع المستقيمة خاصية متعدية. إذًا، $\triangle ABC \cong \triangle GHI$ بناء على تعريف المثلثات المتطابقة.

25. **المعطيات:** $\triangle DEF$
المطلوب: $\triangle DEF \cong \triangle DEF$
البرهان:





30a. إذا كان محيط المثلثين متساويًا، فإن المثلثات متطابقة.

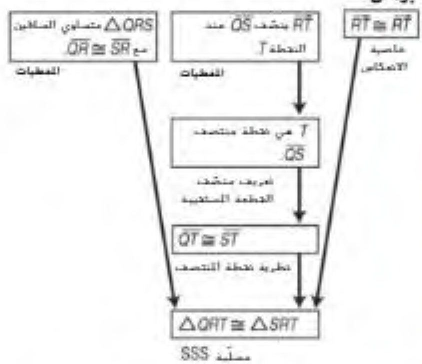
30b. إذا كان المثلثان متطابقين، فإن محيطهما متساوٍ، والعكس صحيح.

30c. هذا أمر غير ممكن.

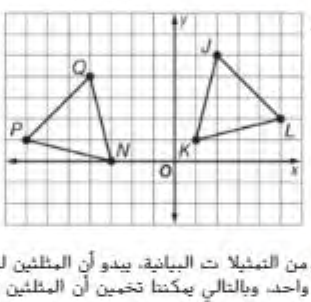
30d. الإجابة النموذجية: يمكن للطالب رسم مستطيل أطواله 8×2 والذي يمكن أن يبلغ محيطه 20 وحدة، ومستطيل أطواله 7×3 والذي يمكن أن يكون له المحيط نفسه البالغ 20 وحدة، ولكنه لن يكون مطابقًا للمستطيل الأول.

الصفحتان 734–735، الدرس 4-12 (تمرين موجّه)

1. البرهان:



2a.



2b. من التمثيلات البيانية، يبدو أن المثلثين لهما شكل واحد وحجم واحد، وبالتالي يمكننا تخمين أن المثلثين متطابقان.

2c.

$JL = \sqrt{(2-5)^2 + (5-2)^2}$
$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$QP = \sqrt{[-4-(-7)]^2 + (4-1)^2}$
$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$LK = \sqrt{(5-1)^2 + (2-1)^2}$
$= \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

$PN = \sqrt{[-7-(-3)]^2 + (1-0)^2}$
$= \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

$KJ = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2}$
$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

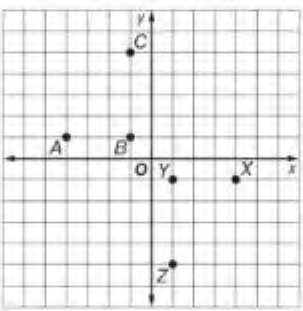
$NQ = \sqrt{[-4-(-3)]^2 + (4-0)^2}$
$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$JL = QP$ و $LK = PN$ و $KJ = NQ$ بناء على تعريف القطع المستقيمة المتطابقة، جميع القطع المستقيمة المتناظرة متطابقة. وبالتالي $\triangle JKL \cong \triangle QNP$ بناء على التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

الصفحات 738-741، الدرس 4-12

1. في ظل وجود طول الأضلاع الثلاثة، توجد طريقة واحدة فقط يمكن من خلالها وضع تلك الأطوال الثلاثة معًا. حالما يتم وضعها معًا، لن يكون بالإمكان تحريكها. كل مثلث يمكن أن يكون بالحجم نفسه. عندما تربط بينها، فمن الممكن أن تشكل سطحًا أملس. الإجابة النموذجية: مقعد له 3 أرجل أو مقعد حمام، أو قاعد ثلاثية لموقد كهربائي، حامل ثلاثي للكاميرا، حامل، وما شابه ذلك.

2a.



2b. $\triangle ABC = \triangle XYZ$

2c. المسافة بين A و B والمسافة بين Y و X تساوي 3 وحدات. المسافة بين B و C وبين Z و Y تساوي 4 وحدات. إذا كنت سترسم المثلثات، $\angle B$ و $\angle Y$ زوايا قائمة. هذان المثلثان سيكونان متطابقين حسب المسلمة SAS. قد يستخدم الطلاب أيضًا قانون المسافة لحساب المسافة بين A و C وبين X و Z لإثبات أن المثلثات متطابقة حسب المسلمة SSS.

3. بما أن $\triangle TQR$ مثلث متساوي الأضلاع، $\overline{TQ} \cong \overline{SQ}$ فهذا ما يصلنا للنتيجة $\triangle RSQ \cong \triangle UTQ$ حسب المسلمة SAS.

12. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{KG}$ هو المنصف العمودي لـ $\overline{FH}$ (معطيات)
2. $\overline{KG} \cong \overline{KG}$ (خاصية الانعكاس)
3. $FG = HG$ (تعريف المنصف)
4. $\overline{FG} \cong \overline{HG}$ (تعريف التطابق)
5. $\angle HGK$ و $\angle FGK$ زاويتان قائمتان (تعريف المنصف العمودي)
6. $\angle HGK \cong \angle FGK$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة.)
7. $\triangle KGH \cong \triangle KGF$ (مسلمة SAS)

13. حسب تعريف المستطيل، الأضلاع المتقابلة تكون متطابقة وجميع الزوايا تكون زوايا قائمة. جميع الزوايا القائمة تكون متطابقة. وهذا ما يجعل $\overline{AB} \cong \overline{DE}$; $\angle ABC \cong \angle EDC$. بما أن C نقطة منتصف $\overline{BD}$ فإن $BC = DC$. القطع المستقيمة التي لها نفس الطول تكون متطابقة، وبما يكون $\overline{BC} \cong \overline{DC}$. حسب المسلمة SAS، فإن $\triangle ABC \cong \triangle EDC$.

14. **البرهان:**

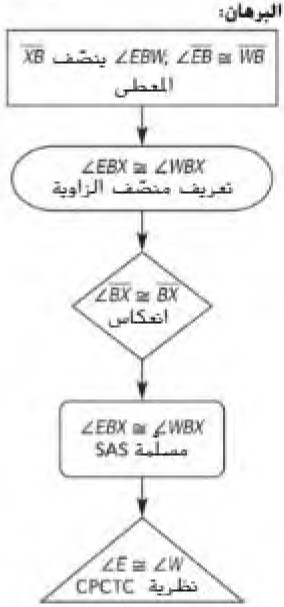
العبارات (المبررات)

1. K نقطة منتصف $\overline{JL}$؛ P نقطة منتصف $\overline{JN}$؛ M نقطة منتصف $\overline{NL}$؛ $\triangle JLN$ متساوي الأضلاع (معطيات)
2. $JK = LK$; $JP = NP$; $NM = LM$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $JL = LN$; $\angle N = \angle L$ (تعريف المثلث متساوي الأضلاع)
4. $JK + KL = JL$; $JP + PN = JN$ (جمع القطع المستقيمة)
5. $KL + KL = PN + PN$ (التعويض)
6. $2KL = 2PN$ (خاصية الجمع)
7. $KL = PN$ (خاصية القسمة)
8. $\angle N \cong \angle L$; $\overline{PN} \cong \overline{KL}$; $\overline{NM} \cong \overline{LM}$ (تعريف التطابق)
9. $\triangle NPM \cong \triangle LKM$ (مسلمة SAS)

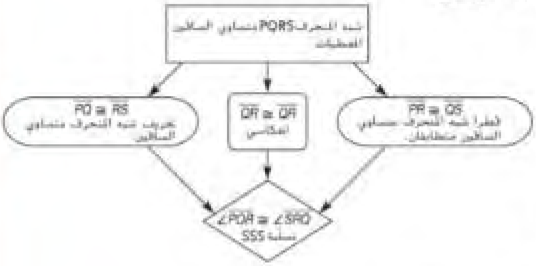
15. بما أن القطعتين المستقيمتين تنصف كل منهما الأخرى، فإن $AX = BX$ و $WX = PX$. بما أن طول القطع المستقيمة متساوٍ، فإن $\overline{AX} \cong \overline{BX}$; $\overline{WX} \cong \overline{PX}$. $\angle AXW$ و $\angle BXP$ زوايا رأسية. والزوايا الرأسية تكون متطابقة، وعليه، فإن $\angle AXW \cong \angle BXP$. $\triangle AXW \cong \triangle BXP$ حسب مسلمة SAS. $\angle A \cong \angle B$ حسب النظرية CPCTC.

20. $\overline{BR} \cong \overline{BR}$ حسب خاصية الانعكاس. $\overline{BA} \cong \overline{BC}$ حيث إن القطع المستقيمة مشكلة بطول البندول. $\angle 1 \cong \angle 2$ حيث إن الزوايا مشكلة من تأرجح البندول تكون متطابقة. وعليه، فإن $\triangle BRC \cong \triangle BRA$ حسب مسلمة SAS.

21. **البرهان:**



22. **البرهان:**



23a. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. المربع $HFST$ (معطيات)
2. $\overline{ST} \cong \overline{FH}$; $\overline{TH} \cong \overline{FH}$ (جميع أضلاع المربع متطابقة.)
3. $\overline{SH} \cong \overline{FT}$ (أقطار المربع متطابقة.)
4. $\triangle HSF \cong \triangle TFH$ (مسلمة SSS)
5. $\overline{SH} \cong \overline{FT}$ (النظرية CPCTC)
6. $SH = FT$ (تعريف التطابق.)

23b. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. المربع $HFST$ (معطيات)
2. $\overline{ST} \cong \overline{SF}$; $\overline{TH} \cong \overline{FH}$ (جميع أضلاع المربع متطابقة.)
3. $\overline{SH} \cong \overline{SH}$ (خاصية الانعكاس)
4. $\triangle SHT \cong \triangle SHF$ (مسلمة SSS)
5. $\angle SHT \cong \angle SHF$ (النظرية CPCTC)
6. $\angle SHT = \angle SHF$ (تعريف التطابق.)

29a. الإجابة النموذجية: الطريقة 1: يمكنك استخدام قانون حساب المسافة لإيجاد طول كل ضلع من الأضلاع، يليه استخدام مسلمة التطابق SSS لإثبات تطابق المثلثات. الطريقة 2: يمكنك حساب قيمة ميول $\overline{ZX}$ و $\overline{WY}$ لتثبت أنهما متعامدان وأن $\angle WYZ$ و $\angle WYX$ زوايا قائمة. تستطيع استخدام قانون المسافة لإثبات أن $\overline{XY}$ مطابق لـ $\overline{ZY}$. تتشارك المثلثات في الساق $\overline{WY}$ ومن ثم، تثبت مسلمة التطابق SAS أن المثلثات متطابقة. الإجابة النموذجية: أعتقد أن الطريقة الأولى أسهل، وهذا لأن بإمكانك حساب المسافة من خلال عد مربعات الأضلاع ZY و XY، واستخدام قانون المسافة من أجل WZ و WX

29b. الإجابة النموذجية: $WY = WY = 7$; $ZY = XY = 7$;

$$WZ = \sqrt{(1-8)^2 + (3-10)^2} = \sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2};$$

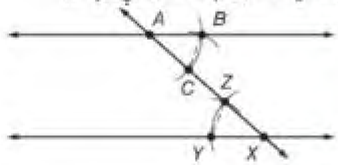
$$WX = \sqrt{(1-8)^2 + (3-10)^2} = \sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2};$$

$\triangle WYZ \cong \triangle WYX$ حسب مسلمة SSS.

33. أحياناً. الإجابة النموذجية: يعد هذا الأمر صحيحًا إذا كانت الأضلاع المتناظرة المتطابقة هي سيقان المثلث، لأن هذا سيكون نفسه ما تنص عليه مسلمة SAS. إذا كانت الأضلاع المتناظرة المتطابقة عبارة عن ساق ووتر، فلا يمكن أن تنطبق أي من مسلمة SAS ولا مسلمة SSS.

صفحة 743، التوسع 12-4

1. **المعطيات:** الرسم التخطيطي للإنشاء



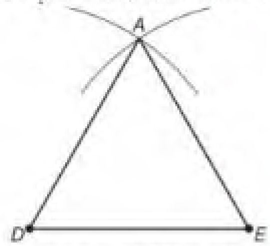
المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{YX}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{XY} \cong \overline{XZ}$ (استُخدم وضع الفرجار ذاته من النقطة A لإنشاء النقطتين B و C ومن النقطة X لإنشاء النقطتين Y و Z)
2. $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$ (استخدم وضع الفرجار ذاته من النقطة C لإنشاء النقطة B ومن النقطة Y لإنشاء النقطة Z.
3. $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ (تساوي الأضلاع الثلاثة)
4. $\angle BAC \cong \angle YXZ$ (النظرية CPCTC)
5. $\overline{AB} \parallel \overline{YX}$ (عكس نظرية ∡ الزوايا الداخلية المتبادلة.)

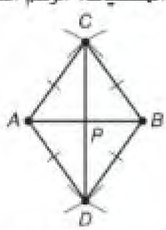
2. **المعطيات:** الرسم التخطيطي للإنشاء



المطلوب: $\triangle DAE$ متساوي الأضلاع.

البرهان: $\overline{DE} \cong \overline{DA} \cong \overline{AE}$ بما أن الفرجار كان مضبوطًا على طول $\overline{DE}$ واستُخدم لإنشاء النقطة A من النقطتين D و E. وبالتالي بناء على تعريف المثلث متساوي الأضلاع، فإن $\triangle DAE$ متساوي الأضلاع.

3. **المعطيات:** الرسم التخطيطي للإنشاء



المطلوب: $\overline{AP} \cong \overline{BP}$ و $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

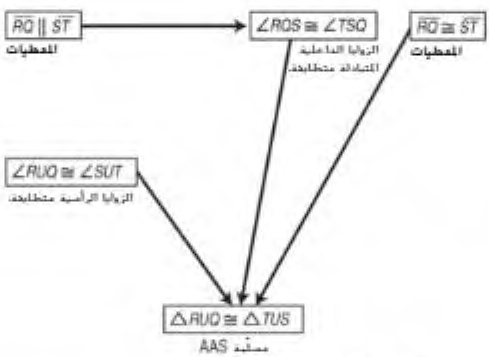
1. $\overline{AD} \cong \overline{AC} \cong \overline{BD}$ (استُخدم وضع الفرجار ذاته من النقطتين A و B لإنشاء النقطتين C و D.)
2. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ (تساوي الأضلاع الثلاثة)
4. $\angle ACP \cong \angle BCP$ (النظرية CPCTC)
5. $\overline{CP} \cong \overline{CP}$ (خاصية الانعكاس)
6. $\triangle ACP \cong \triangle BCP$ (تساوي الأضلاع الثلاثة)
7. $\overline{AP} \cong \overline{BP}$ (النظرية CPCTC)
8. $\angle CPA \cong \angle CPB$ (النظرية CPCTC)
9. $m\angle CPA = m\angle CPB$ (تعريف التطابق ≅)
10. $\angle CPA$ تجاور $\angle CPB$ (تعريف الزوايا المتجاورة ∡)
11. $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ (بناء على التعريف، تقاطع المستقيمات المتعامدة لتكوّن زوايا متجاورة متطابقة)

صفحة 744، اختبار نصف الوحدة

14. $\triangle BED \cong \triangle CFG$; $\triangle BJH \cong \triangle CKM$; $\triangle BPN \cong \triangle CQS$; $\triangle DIH \cong \triangle GLM$; $\triangle DON \cong \triangle GRS$

صفحة 747، الدرس 12-5 (تمرين موجّه)

2. **البرهان:**



الصفحات 749-751، الدرس 12-5

9. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $\overline{HZ} \parallel \overline{ET}$; $\overline{AG} \cong \overline{BD}$; $\angle A \cong \angle B$ (المعطيات)
2. $\angle EDA \cong \angle HGA$; $\angle ZGB \cong \angle TDB$ (الخطوط المتوازية يقطعها خط مستعرض، الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
3. $\angle HGA \cong \angle TDB$ (الخطوط المتوازية يقطعها خط مستعرض، الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
4. $\angle EDA \cong \angle ZGB$ (خاصية التعدي)
5. $AG = BD$ (تعريف التطابق)
6. $GD = GD$ (الانعكاس)
7. $AG + GD = BD + GD$ (خاصية الجمع)
8. $AG + GD + AD$; $BD + DG = BG$ (جمع القطع المستقيمة)
9. $AD = BG$ (التعويض)
10. $\overline{AD} \cong \overline{BG}$ (تعريف التطابق)
11. $\triangle ADE \cong \triangle BGZ$ (مسلمة ASA)

10. البرهان:

العبارات (المبررات)

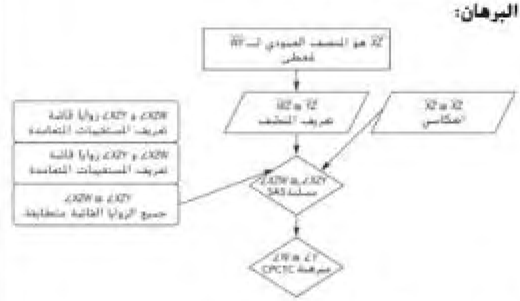
1. $\triangle CDB \cong \triangle CDA$ (معطيات)
2. $\angle A \cong \angle B; \overline{AD} \cong \overline{BD}$ (نظرية CPCTC)
3. $\angle 1 \cong \angle 2$ (الزوايا الرأسية متطابقة.)
4. $\triangle ADE \cong \triangle BDF$ (مسلمة ASA)

11. البرهان:

العبارات (المبررات)

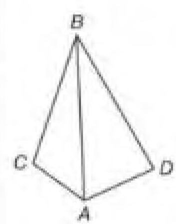
1. $\overline{AY} \cong \overline{BA}; \overline{ZX} \parallel \overline{BC}$ (معطيات)
2. $\angle ZAY \cong \angle CAB$ (الزوايا الرأسية متطابقة.)
3. $\angle ZYA \cong \angle CBA$ (الخطوط المتوازية بقطعها خط مستعرض، الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
4. $\triangle ZAY \cong \triangle CAB$ (مسلمة ASA)
5. $\overline{YZ} \cong \overline{BC}$ (نظرية CPCTC)

12. البرهان:



16a. المعطيات: $\overline{AB}$ تنصّف $\angle CBD$ و $\angle CAD$.

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$.



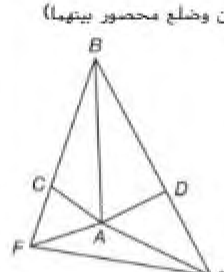
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB}$ تنصّف $\angle CBD$ و $\angle CAD$ (المعطيات)
2. $\angle ABC \cong \angle ABD$، $\angle CAB \cong \angle DAB$ (تعريف منصّف الزوايا)
3. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (خاصية الانعكاس)
4. $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (تساوي زاويتين وضلع محصور بينهما)

16b. المعطيات: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$.
$\angle FCA \cong \angle EDA$

المطلوب: $\triangle CAF \cong \triangle DAE$



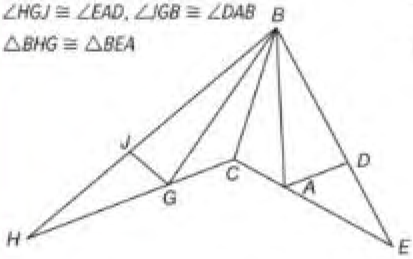
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\triangle ABC \cong \triangle ABD, \angle FCA \cong \angle EDA$ (المعطيات.)
2. $\overline{CA} \cong \overline{DA}$ (النظرية CPCTC)
3. $\angle CAF \cong \angle DAE$ (الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة ≅.)
4. $\triangle CAF \cong \triangle DAE$ (تساوي زاويتين وضلع)

16c. المعطيات: $\overline{HB} \cong \overline{EB}, \angle BHG \cong \angle BEA,$
$\angle HGJ \cong \angle EAD, \angle JGB \cong \angle DAB$

المطلوب: $\triangle BHG \cong \triangle BEA$



البرهان:

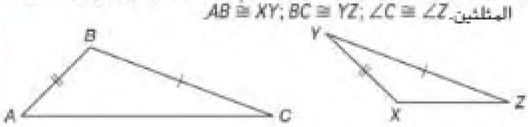
العبارات (المبررات)

1. $\overline{HB} \cong \overline{EB}, \angle BHG \cong \angle BEA, \angle HGJ \cong \angle EAD, \angle JGB \cong \angle DAB$ (المعطيات)
2. $m\angle HGJ = m\angle EAD, m\angle JGB = m\angle DAB$ (تعريف التطابق ≅)
3. $m\angle HGJ + m\angle JGB = m\angle HGB, m\angle EAD + m\angle DAB = m\angle EAB$ (خاصية جمع القطع المستقيمة)
4. $m\angle EAD + m\angle DAB = m\angle HGB, m\angle EAD + m\angle DAB = m\angle EAB$ (مسلّمة جمع الزوايا)
5. $m\angle HGB = m\angle EAB$ (التعويض)
6. $\angle HGB \cong \angle EAB$ (تعريف التطابق)
7. $\triangle BHG \cong \triangle BEA$ (تساوي زاويتين وضلع)

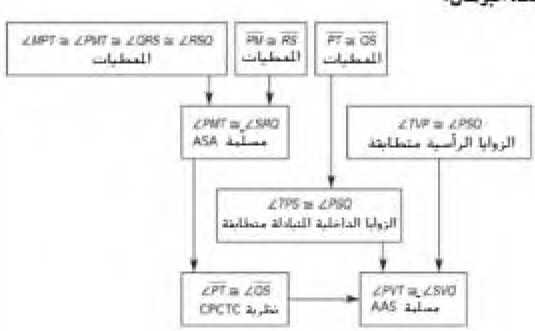
21a. نوعا المثلثين المستخدمين سيكونان متساوي الساقين وقائم الزاوية.

21b. لا بد من وجود ضلعين وزاوية أو زاويتين وضلع على الأقل لإثبات أن المثلثات متطابقة.

24. الإجابة النموذجية: لا يمكن استخدام المسلمة SSA لإثبات تطابق المثلثين. $AB \cong XY; BC \cong YZ; \angle C \cong \angle Z$



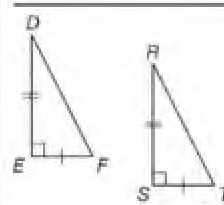
25. البرهان:



.26

الطريقة	وقت الاستخدام...
تعريف المثلثات المتطابقة	الأجزاء المتناظرة في المثلث الأول متطابقة مع الأجزاء المتناظرة في المثلث الآخر.
مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة	يجب تطابق الأضلاع الثلاثة في المثلث الأول مع الأضلاع الثلاثة في المثلث الآخر.
مسلّمة ضلعين وزاوية	يجب تطابق ضلعين وزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول مع ضلعين وزاوية محصورة بينهما في المثلث الآخر.
مسلّمة زاويتين وضلع محصور بينهما	يجب تطابق زاويتين وضلع محصور بينهما في المثلث الأول مع زاويتين وضلع محصور بينهما في المثلث الآخر.
مسلّمة زاويتين وضلع	يجب تطابق زاويتين وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول مع زاويتين وضلع متناظر غير محصور بينهما في المثلث الآخر.

صفحة 754، التوسع 12-5



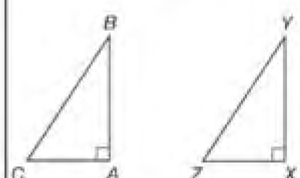
.10 **المعطيات:** $\triangle DEF$ و $\triangle RST$ مثلثان قائما الزاوية.

$\angle E$ و $\angle S$ زوايا قائمة.

$\overline{EF} \cong \overline{ST}$ ،$\overline{ED} \cong \overline{SR}$

المطلوب: $\triangle DEF \cong \triangle RST$

البرهان: تشير المعطيات إلى أن $\overline{EF} \cong \overline{ST}$ و $\overline{ED} \cong \overline{SR}$ و $\angle E$ و $\angle S$ زاويتان قائمتان. وبما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة، فإن $\angle E \cong \angle S$. وبالتالي بناء على تساوي ضلعين وزاوية SAS، فإن $\triangle DEF \cong \triangle RST$.



.11 **المعطيات:** $\triangle ABC$ و $\triangle XYZ$ مثلثان قائما الزاوية.

$\angle A$ و $\angle X$ زوايا قائمة.

$\overline{BC} \cong \overline{YZ}$

$\angle B \cong \angle Y$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

البرهان: تشير المعطيات إلى أن $\triangle ABC$ و $\triangle XYZ$ مثلثان قائمان حيث الزاويتان القائمتان بهما هما $\angle A$ و $\angle X$، و $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$، و $\angle B \cong \angle Y$. وبما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة، فإن $\angle A \cong \angle X$. وبالتالي، فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ بناء على تساوي زاويتين وضلع AAS.

.14 **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC}$ (المعطيات)
2. $\angle ABC$ زاوية قائمة، و $\angle DCB$ زاوية قائمة. (المستقيمات المتعامدة $\perp$ تكوّن زوايا قائمة $\angle$)
3. $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية، و $\triangle DCB$ مثلث قائم الزاوية (تعريف المثلث $\triangle$ القائم الزاوية)
4. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (المعطيات)
5. $\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (خاصية الانعكاس في التطابق)
6. $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (مسلّمة الوتر والساق)
7. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (النظرية CPCTC)

.15 **البرهان:**

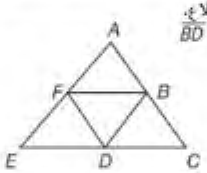
العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$، و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (المعطيات)
2. $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ (في أي مستوى، إذا تعامد مستقيم على أحد المستقيمين المتوازيين، فإنه يتعامد على الآخر)
3. $\angle ABC$ زاوية قائمة، و $\angle DCB$ زاوية قائمة. (المستقيمات المتعامدة $\perp$ تكوّن زوايا قائمة $\angle$)
4. $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية، $\triangle DCB$ مثلث قائم الزاوية. (تعريف $\triangle$ المثلث القائم الزاوية)
5. E هي نقطة منتصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ (المعطيات)
6. $\overline{AE} \cong \overline{EC}$، و $\overline{BE} \cong \overline{ED}$ (نظرية نقطة المنتصف)
7. $\angle AEB \cong \angle CED$ (الزوايا المتقابلة $\angle$ بالرأس تكون متطابقة $\cong$)
8. $\triangle AEB \cong \triangle CED$ (تساوي ضلعين وزاوية SAS)
9. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (النظرية CPCTC)
10. $\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (خاصية الانعكاس في التطابق)
11. $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (تساوي ساقين)
12. $\overline{AC} \cong \overline{DB}$ (النظرية CPCTC)

صفحة 758، الدرس 6-12 (تمرين موجّه)

.4 **المعطيات:** $\triangle ACE$ مثلث متساوي الأضلاع، $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$، $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$.

المطلوب: $\triangle FED \cong \triangle BDC$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، و $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$ (المعطيات)
2. $m\angle E = 60$ ،$m\angle C = 60$ كل $\angle$ في $\triangle$ متساوي الأضلاع تساوي 60)
3. $m\angle E = m\angle C$ (خاصية الإزاحة)
4. $\angle E \cong \angle C$ (تعريف التطابق)
5. $\overline{ED} \cong \overline{DC}$ (نظرية نقطة المنتصف)
6. $\angle CBD \cong \angle BDF$ ،$\angle EFD \cong \angle BDF$ (نظرية الزوايا $\angle$ الداخلية المتبادلة)
7. $\angle CBD \cong \angle EFD$ (خاصية الإزاحة)
8. $\triangle FED \cong \triangle BDC$ (تساوي زاويتين وضلع AAS)

الصفحة 759، الدرس 6-12

.7 **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $\overline{DA} \cong \overline{DC}$ (معطيات)
2. $\angle DAC \cong \angle DCA$ (نظرية المثلث متساوي الساقين)
3. $\angle BAD \cong \angle BCD$ (معطيات)
4. $\angle BAC \cong \angle BCA$ (جمع الزوايا)
5. $m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle BCA = 180°$ (نظرية مجموع زوايا المثلث)
6. $m\angle ABC = 60$ (المعطيات)

7. $60 + m\angle BAC + m\angle BAC = 180$ (التعويض)
8. $60 + 2m\angle BAC = 180$ (بسّط)
9. $2m\angle BAC = 120$ (طرح 60 من كل ضلع)
10. $m\angle BAC = 60$ (قسمة كلا الضلعين على 2)
11. $m\angle BCA = 60$ (التعويض)
12. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الزوايا ($m\angle ABC = 60$، $m\angle BAC = 60$، $m\angle BCA = 60$).
13. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع. (نظرية المثلث متساوي الأضلاع)

الصفحات 762-761، الدرس 6-12

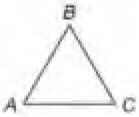
24. البرهان. المعطيات التي لدينا هي: $\triangle JKL$ ،$\triangle JLM$، و $\triangle JMN$. جميعها مثلثات متساوية الساقين طبقًا لنظرية المثلثات متساوية الساقين، وبهذا يكون لدينا $\overline{JK} \cong \overline{JL}$ ،$\overline{JL} \cong \overline{JM}$، و $\overline{JM} \cong \overline{JN}$ حسب نظرية التعدي، $\overline{JK} \cong \overline{JM}$. مرة أخرى، وباستخدام نظرية التعدي، $\overline{JK} \cong \overline{JB}$. بناءً عليه، فإن $\triangle JKN$ مثلث متساوي الساقين.

25. الإجابة النموذجية: لقد استخدمت مسطرة لأرسم قطعة مستقيمة طولها 4 سنتيمترات. ثم استخدمت منقلة لإنشاء زاوية 60 درجة ورسمت قطعة مستقيمة أخرى طولها 4 سنتيمترات. بعدها، قمت بالتوصيل بين نقطتي النهاية.

31. البرهان: نعلم من المعطيات أن $m\angle BKC = m\angle BCK$ وعليه يكون $\triangle BKC$ مثلثًا متساوي الساقين. وحسب نظرية المثلثات متساوية الساقين، فإن $\overline{BK} \cong \overline{BC}$، $\overline{BT}$ متعامد على $\overline{KC}$ وحسب نظرية مجموعة زوايا المثلث، $m\angle KBT = m\angle CBT$. حسب المسلمة AAS، $\triangle KBT \cong \triangle CBT$. إذًا، $\overline{KT} \cong \overline{TC}$ حسب النظرية CPCTC. وعليه، فإن الشجرة تكون في منتصف الطريق بين رشيد وزايد.

32. البرهان: نعلم من المعطيات أن $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ مثلثان متساويا الساقين و $\overline{AB}$ متوازي مع $\overline{CD}$. حيث إن $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ مثلثان متساويا الساقين، فإن $m\angle ACD = m\angle ADC$ و $m\angle DAB = m\angle ABD$ حيث إن $\overline{AB}$ موازٍ لـ $\overline{CD}$، $m\angle DAB = m\angle ADC$ لأنها زوايا داخلية متبادلة. وحسب نظرية مجموع زوايا المثلث، فإن $2m\angle ADC + m\angle CAD = 180$. بالتعويض، $m\angle DAB + m\angle CAD = 180$. حسب مسلمة جمع الزوايا، $m\angle BAC = m\angle DAB + m\angle CAD$. إذًا، $m\angle DAB + m\angle BAC = 180$. حيث إن $m\angle DAB = m\angle ABD$ بالتعويض، يكون لدينا $m\angle ABD + m\angle BAC = 180$. بناءً عليه، فإن $\angle BAC$ و $\angle ABD$ تكون زوايا متكاملة.

33. الحالة 1



المعطيات: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع.

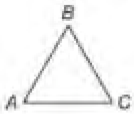
المطلوب: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الزوايا.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع. (المعطيات)
2. $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (تعريف $\triangle$ متساوي الأضلاع)
3. $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (نظرية$\triangle$ متساوي الساقين)
4. $\triangle ABC$ متساوي الزوايا. (تعريف المثلث متساوي الزوايا)

المسألة الثانية



المعطيات: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الزوايا.

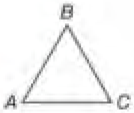
المطلوب: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الزوايا. (المعطيات)
2. $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (تعريف $\triangle$ متساوي الزوايا)
3. $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (إذا كانت زاويتان $\measuredangle$ من $\triangle \cong$ فإن الأضلاع المقابلة لهاتين الزاويتين $\measuredangle$ تكون $\cong$)
4. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع. (تعريف المثلث متساوي الزوايا)

34. المعطيات: $\triangle ABC$ عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع.



المطلوب: $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع. (المعطيات)
2. $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (تعريف $\triangle$ متساوي الأضلاع)
3. $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (نظرية $\triangle$ متساوي الساقين)
4. $m\angle A = m\angle B = m\angle C$ (تعريف التطابق $\cong \measuredangle$)
5. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$ (نظرية مجموع زوايا المثلث)
6. $3m\angle A = 180$ (التعويض)
7. $m\angle A = 60$ (خاصية القسمة)
8. $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$ (التعويض)

35. المعطيات: $\triangle ABC; \angle A \cong \angle C$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

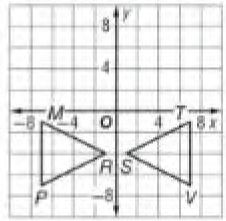
1. لنقل إن $\overrightarrow{BD}$ ينصّف $\angle ABC$. (مسلّمة المنقلة)
2. $\angle ABD \cong \angle CBD$ (تعريف منصف الزاوية $\angle$)
3. $\angle A \cong \angle C$ (المعطيات)
4. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس)
5. $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (تساوي زاويتين وضلع AAS)
6. $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ (النظرية CPCTC)

43. البرهان:

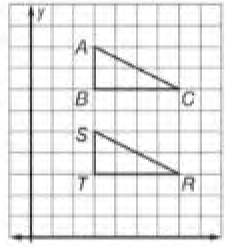
$\overline{CZ} = \overline{CY} = \overline{CX}$ لأنها جميعًا أنصاف أقطار للدائرة نفسها. وحيث إن $\overline{CZ} = \overline{CY}$ و $\triangle YCZ$ مثلث متساوي الساقين به الزاوية الرأسية $m\angle YCZ = 120$. حسب نظرية مجموع زوايا المثلث ونظرية المثلثات متساوية الساقين، لدينا $m\angle CYZ = m\angle CZY = 30$. حيث إن $\overline{CZ}$ ينصف $\angle XZY$ ولدينا أيضًا $m\angle CXZ = 30$. حيث إن $\overline{CZ} = \overline{CX}$ مثلث متساوي الساقين. ومن ثم، وحسب نظرية المثلث متساوي الساقين، فإن $m\angle CXZ = 30$. حسب المسلمة AAS، $\triangle YCZ \cong \triangle XCZ$، فإن $\overline{YZ} = \overline{XZ}$. حسب النظرية CPCTC. حيث إن $\overline{CY} = \overline{CX}$، $\triangle XCY$ مثلث متساوي الساقين. حيث إن $m\angle YCZ + m\angle ZCX = 360$ و $m\angle YCZ$ و $m\angle ZCX = 120$. بناءً عليه، وحسب نظرية مجموع زوايا المثلث، $m\angle CYZ = m\angle XYC = 30$ ومن ثم وحسب المسلمة ASA $\triangle YCZ \cong \triangle XCY$. بناءً عليه، $\overline{XY} = \overline{YZ} = \overline{XZ}$ و $\triangle XYZ$ متساوي الأضلاع.

الصفحة 770، الدرس 12-7

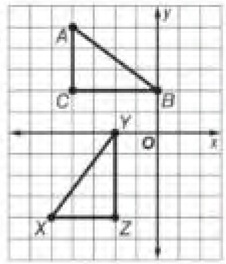
17. $\triangle TVS$ انعكاس للمثلث $\triangle MPR$. $MP = 6$، و $PR = \sqrt{45}$، و $MR = \sqrt{45}$، و $ST = \sqrt{45}$، و $TV = 6$، و $SV = \sqrt{45}$. $\triangle MPR \cong \triangle TVS$ بناء على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.



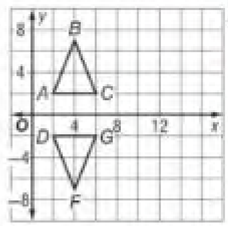
18. $\triangle ABC$ عبارة عن إزاحة للمثلث $\triangle STR$. $AB = 2$، و $BC = 4$، و $AC = \sqrt{20}$، و $ST = 2$، و $TR = 4$، و $SR = \sqrt{20}$. $\triangle ABC \cong \triangle STR$ بناء على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.



19. $\triangle XYZ$ عبارة عن دوران للمثلث $\triangle ABC$. $AB = 5$، و $BC = 4$، و $AC = 3$، و $XZ = 3$، و $YZ = 4$، و $XY = 5$. بما أن $AB = XY$، و $BC = YZ$، و $AC = XZ$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{XY}$، و $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$، و $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$، و $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ بناء على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

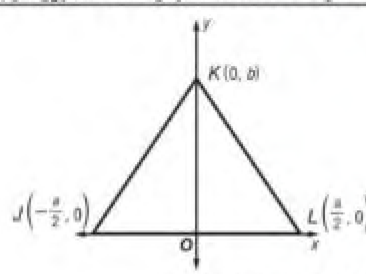


20. $\triangle ABC$ عبارة عن انعكاس للمثلث $\triangle DFG$. $AB = \sqrt{29}$، و $AC = 4$، و $BC = \sqrt{29}$، و $DG = 4$، و $FG = \sqrt{29}$، و $DF = \sqrt{29}$. $\triangle ABC \cong \triangle DFG$ بناء على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.



الصفحتان 773–775، الدرس 12-8 (تمرين موجّه)

1.



3. **المعطيات:** $\triangle ABX$ و $\triangle CDX$

المطلوب: $\triangle ABX \cong \triangle CDX$

البرهان:

نقطة منتصف $\overline{AC}$ هي $\left(\frac{0+a+x}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$ أو $\left(\frac{a+x}{2}, \frac{b}{2}\right)$.

نقطة منتصف $\overline{BD}$ هي $\left(\frac{0+x+a}{2}, \frac{b+0}{2}\right)$ أو $\left(\frac{a+x}{2}, \frac{b}{2}\right)$.

لأن X تقع عند $\left(\frac{a+x}{2}, \frac{b}{2}\right)$ فإنها نقطة منتصف $\overline{AC}$ وبناءً على تعريف $\overline{BD}$. منتصف القطعة المستقيمة، فإن $\overline{AC}$ تنصف $\overline{BD}$ و $\overline{BD}$ تنصف $\overline{AC}$. بناءً عليه، $\overline{BX} \cong \overline{XD}$ و $\overline{AX} \cong \overline{XC}$.

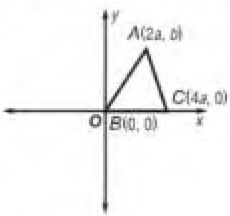
من قانون المسافة،

$$CD = \sqrt{[(a+x)-a]^2 + (b-0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2} \text{ و}$$
$$AB = \sqrt{[(0+x)-0]^2 + (b-0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2}.$$

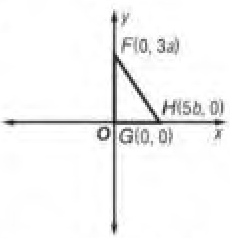
وبالتالي، $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ بناء على تعريف التطابق $\cong$.
و $\triangle ABX \cong \triangle CDX$ بناء على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

الصفحات 776–779، الدرس 12-8

1.



2.



6. **البرهان:** الخطوة الأولى هي تعيين إحداثيات كل مكان. لنفترض أن L تمثل لندن، N تمثل شلالات نياجرا و V تمثل فانكوفر. إذا لم يكن هناك ضلعان من المثلث $\triangle LNV$ متطابقان، فإن تلك المدن الثلاث تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع. سوف نستخدم قانون المسافة والآلة الحاسبة لحساب المسافة بين كل مكان والآخر.

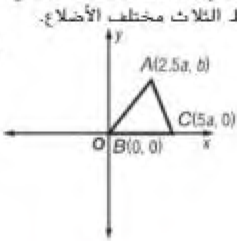
$$LN = \sqrt{(42.9 - 43.1)^2 + (81.2 - 79.1)^2} \approx 2.12$$

$$LV = \sqrt{(42.9 - 49.3)^2 + (81.2 - 123.1)^2} \approx 42.39$$

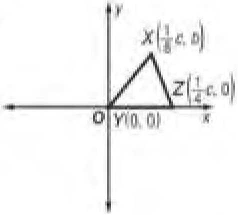
$$VN = \sqrt{(49.3 - 43.1)^2 + (123.1 - 79.1)^2} \approx 44.43$$

بما أن كل ضلع له طول مختلف فإن $\triangle LNV$ مختلف الأضلاع.
ولهذا، المثلث المكون من النقاط الثلاث مختلف الأضلاع.

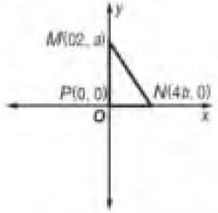
7.



10.



12.



19. البرهان:

نضع المثلث متساوي الساقين على المستوى الإحداثي على النحو الموضح.

نريد أن نوضح أن $\overline{AD} \cong \overline{AD}$ ، $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ حسب خاصية الانعكاس. وبما أن D تقع عند نقطة الأ صل، فإن A تقع على المحور y و C تقع على المحور x، $\angle ADC = 90$. كذلك، وحيث إن B تقع على المحور x، $\angle ADB = 90$. بناءً عليه، فإن $\angle ADC \cong \angle ADB$

$DC = \sqrt{(0-a)^2 + (0-0)^2} = a.$

$BD = \sqrt{(-a-0)^2 + (0-0)^2} = a.$

ومن ثم $\overline{DC} \cong \overline{BD}$، وحسب مسلمة SAS، $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

20. البرهان:

نضع المثلث قائم الزاوية على المستوى الإحداثي على النحو الموضح. نريد أن نثبت أن $\overline{DE}$ موازٍ لــ $\overline{AC}$.

ميل $\overline{DE} = \dfrac{\frac{b}{2} - 0}{0 - \frac{a}{2}} = -\dfrac{b}{a}$

ميل $\overline{AC} = \dfrac{b - 0}{0 - a} = -\dfrac{b}{a}$

بما أن الميول متساوية، فلا بد وأن يكونا متوازيين.

22. البرهان:

$RS = \sqrt{(-3-3)^2 + (-3 - -3)^2} = 6$

$RT = \sqrt{(-3-0)^2 + (-3-(3\sqrt{3}-3))^2} = 6$

$ST = \sqrt{(3-0)^2 + (-3-(3\sqrt{3}-3))^2} = 6$

بما أن الأضلاع الثلا ثة جميعها لها نفس الطول، فإن تلك النقاط تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع.

23. الحل:

$CU = \sqrt{(39.98 - 40.79)^2 + (82.98 - 77.86)^2} = 5.18$

$CE = \sqrt{(39.98 - 41.88)^2 + (82.98 - 87.62)^2} = 5.01$

$EU = \sqrt{(41.88 - 40.79)^2 + (87.62 - 77.86)^2} = 9.82$

تشكل هذه المدن مثلثًا مختلف الأضلاع.

24. البرهان: الخطوة الأ ولى تتمثل في تعيين إحداثيات كل موقع. لنفترض أن N تمثل سلطان، وأن J تمثل جمال وأن A تمثل صالح. إذا كان ضلعا المثلث $\triangle NJA$ متطابقين، فإن أماكن سلطان وجمال وصالح تشكل مثلثًا متساوي الساقين. سوف نستخدم قانون المسافة والآ لة الحاسبة في حساب المسافة بين كل شخص والآخر.

$NJ = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

$JA = \sqrt{(0-0)^2 + (0-5)^2} = 5$

$NA = \sqrt{(4-0)^2 + (3-5)^2} = 2\sqrt{5}$

حيث إن $NJ = JA$ فإن المثلث الذي شكله فريق كرة الألوان متساوي الساقين.

27. البرهان: تتمثل الخطوة الأ ولى في تعيين إحداثيات كل مكان. لنفترض أن R تمثل السفينة الدوارة، وأن M تمثل اللفات وأن B تمثل السيارات المتصادمة. إذا كانت ميول الخطوط التي تصل بين اللفات تشكل معكوسات متقابلة، فإن المثلث هو مثلث قائم الزاوية.

ميل $RM = \dfrac{3 - -1}{3 - 2} = 4$

ميل $RB = \dfrac{0 - -1}{-2 - 2} = -\dfrac{1}{4}$

ومن ثم فإن $m\angle MRB = 90$ والمثلث المشكل من تلك اللفات الثلاث مثلث قائم الزاوية.

28. البرهان: إن لم يكن أي من ضلعي المثلث $\triangle ABC$ متطابقًا، فإن هذه النقاط الثلاث تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع. سوف نستخدم قانون المسافة والآلة الحاسبة لحساب المسافة بين كل مجموعة من النقاط والأخرى.

$AB = \sqrt{(0-3a)^2 + (0-5a)^2} = \sqrt{34a}$

$AC = \sqrt{(0 - -2a)^2 + (0-8a)^2} = 2\sqrt{17a}$

$BC = \sqrt{(3a-2a)^2 + (5a-8a)^2} = \sqrt{10a}$

بما أن كل ضلع له طول مختلف، فإن $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع.

29. البرهان: الخطوة الأ ولى هي تعيين إحداثيات كل موقع. لنفترض أن S تمثل البداية وأن C تمثل بداية ركوب الدراجة وأن E تمثل نهاية السباحة. إذا لم يكن أي ضلعين في $\triangle SCE$ متطابقين، فإن تلك النقاط الثلاث تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع. سوف نستخدم قانون المسافة والآ لة الحاسبة في حساب المسافة بين كل موقع والآخر. $S(0,0)$، $C(10, 0)$، $E(10, 41.5)$

$SC = \sqrt{(0-10)^2 + (0-0)^2} = 10$

$CE = \sqrt{(10-10)^2 + (0-41.5)^2} = 41.5$

$SE \sqrt{(0-10)^2 + (0-41.5)^2} \approx 42.68$

بما أن كل ضلع له طول مختلف فإن $\triangle SCE$ مختلف الأضلاع. ولهذا، المثلث المكون من النقاط الثلاث مختلف الأضلاع.

31. البرهان: لنفترض أن المثلث الأصلي والمثلث الناتج موضوعان على المستوى الإحداثي على النحو الموضح:

$AB = \sqrt{(a-0)^2 + (0-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$AC = \sqrt{(a-c)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{a^2 - 2ac + c^2 + b^2}$

$BC = \sqrt{(c-0)^2 + (0-0)^2} = c$

$DE = \sqrt{(2a-0)^2 + (0-2b)^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$

$DF = \sqrt{(2a-2c)^2 + (2b-0)^2} = 2\sqrt{a^2 - 2ac + c^2 + b^2}$

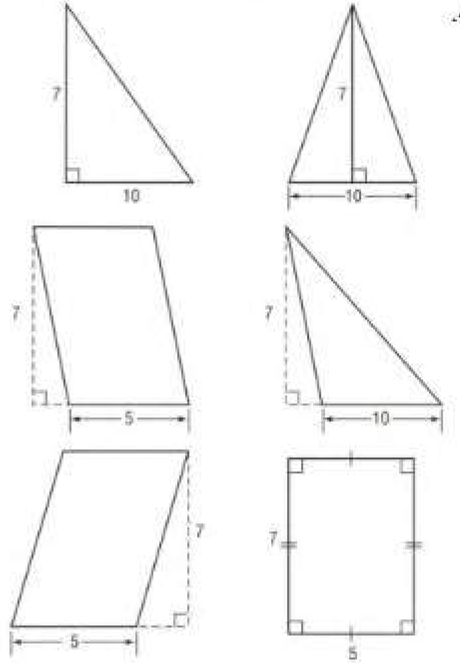
$EF = \sqrt{(2c-0)^2 + (0-0)^2} = 2c$

$\frac{AB}{DE} = 2$ و $\frac{AC}{DF} = 2$ و $\frac{BC}{EF} = 2$ ومن ثم، وبما أن نسب جميع الأضلاع الثلاثة متساوية، فالمثلثات متشابهة.

الصفحة 789، الدرس 9-12

39. الإجابة النموذجية: المساحة لن تتغير لأن K تتحرك على امتداد الخط p. بما أن الخطوط m و p متوازية، فإن المسافة المتعامدة بينها تكون ثابتة. وهذا يعني أنه بصرف النظر عن مكان K على الخط p، فإن المسافة المتعامدة إلى الخط p أو ارتفاع المثلث، ستكون واحدة دائمًا. بما أن النقطتين J و L لا تتحركان، فإن المسافة بينهما، أو طول القاعدة، ستكون ثابتة. بما أن ارتفاع المثلث وقاعدة المثلث ثابتان، فإن المساحة ستكون دائمًا واحدة.

40.

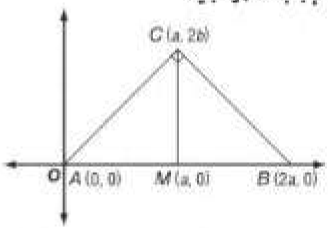


41. الإجابة النموذجية: لحساب مساحة متوازي الأضلاع، تستطيع قياس الارتفاع $\overline{PT}$ يليه قياس واحدة من القواعد $\overline{PQ}$ أو $\overline{SR}$ وضرب الارتفاع في القاعدة لتحصل على قيمة المساحة. تستطيع كذلك قياس الارتفاع $\overline{SW}$ وقياس واحدة من القواعد $\overline{QR}$ أو $\overline{PS}$ يليه ضرب الارتفاع في القاعدة للحصول على قيمة المساحة. ليس من المهم الضلع الذي تختار استخدامه ليكون القاعدة طالما أنك تستخدم الارتفاع المتعامد على تلك القاعدة لحساب قيمة المساحة.

الصفحة 795، تدريب على الاختبار

10. البرهان:

20. الإجابة النموذجية:



نقطة منتصف $\overline{AB}$ تساوي $(a, 0)$. ميل $\overline{CM}$ غير محدد. إذًا $\overline{CM}$ خط رأسي. وميل $\overline{AB}$ يساوي 0. إذًا فإنه خط أفقي. وعليه، فإن $\overline{AB} \perp \overline{CM}$

ملاحظات